Institutionen för matematik och systemanalys
Aalto-universitetet, högskolan för teknikvetenskaper

Metsalo/Blomqvist

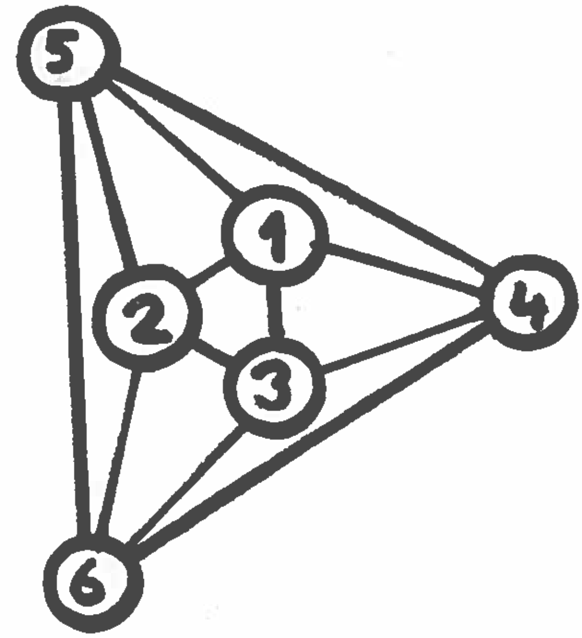
MS-A0409 Grundkurs i Diskret Matematik

Deltentamen nr 2, 22.10.2015

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Examenprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Vid denna deltentamen får varken räknare eller tabellsamlingar användas.
Fråga om ni misstänker att det förekommer något tryckfel! Tentamenstiden är 3 timmar.

1. Använd Euklides' algoritm (och inte prövning!) till att lösa kongruens-ekvationen $17x \equiv 32(mod\, 65)$. Ge den sökta restklassen x i form av representanten i mängden $\{0, 1, 2, \ldots, 64\}$ och redovisa mellanstegen.
2. Om $M \in \mathbf{Z}$ och $n \in \mathbf{N}$, säger man att M ger resten r vid division med n, om det finns något $k \in \mathbf{Z}$ och heltal $r \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ sådana att $M = k \cdot n + r$. Vad blir resten, då (det relativt stora) talet $4711^{2015} + 2015^{4711}$ divideras med 11?
3. En grupp G är *cyklisk* om det finns ett element $x \in G$ sådant att varje element i G är någon potens x^j av x, där $j \in \mathbf{Z}$. I så fall säger man att G *genereras* av x och man skriver $G = \langle x \rangle$.
$\mathbf{Z}_n^*$ består av alla restklasser i $\mathbf{Z}_n$ som har multiplikativ invers. Visa att $\mathbf{Z}_7^*$ bildar en cyklisk grupp under operationen multiplikation av restklasser genom att bestämma en generator och ge alla elementen i $\mathbf{Z}_7^*$ som potenser av denna generator.



4. De platonska kropparna: tetraedern, hexaedern (eller kuben), oktaedern, dodekaedern och ikosaedern hör definitivt till teknologens allmänbildning.
a) En Euler-cykel i en graf är en väg, som går exakt en gång längs varje båge och vars start- och slutnod sammanfaller. Undersök om oktaedergrafen uppe till höger har någon Euler-cykel eller inte. Om det finns en Euler-cykel, ge då vägen genom att räkna upp noderna i den ordning de tas, med början och slut i nod 1. Om det inte finns någon Euler-cykel, visa det.
b) En Hamilton-cykel i en graf är en väg, som går exakt en gång genom varje nod och vars start- och slutnod sammanfaller. Undersök om dodekaedergrafen nere till höger har någon Hamilton-cykel eller inte. Om det finns en Hamilton-cykel, ge då vägen genom att räkna upp noderna i den ordning de tas, med början och slut i nod 1. Om det inte finns någon Hamilton-cykel, visa det.