

Tentti, Todennäköisyyslaskennan ja tilastotieteen peruskurssi

- **Ajankohta:** 20.2.2019, 9:00-12:00
- **Sallitut apuvälineet:** Laskin ja A4-kokoinen käsin kirjoitettu muistilappu, tekstiä vain toisella puolella.
- Kirjoita eri tehtävien vastaukset eri sivuille. Joka tehtävästä saa maksimissaan 6 pistettä.
- Perustele vastauksesi huolella. Perustelemattomista vastauksista ei saa pisteitä.
- Merkitse vastauspapereihisi kurssikoodi.

TEHTÄVÄ 1

Heitetään punaista, valkoista ja sinistä noppaa (kaikki kolme noppaa ovat reiluja ja kuusisivuisia). Olkoot saadut silmäluvut vastaavasti A (punainen noppa), B (valkoinen noppa) ja C (sininen noppa).

- (a) Laske ehdollinen todennäköisyys $P(A < C | A = i)$, $i = 1, \dots, 6$. (1p)
(b) Laske todennäköisyys $P(A < C)$. (1p)
(c) Laske ehdollinen todennäköisyys

$$P(\{A < B\} \cap \{A < C\} | A = i), \quad i = 1, \dots, 6. \quad (1p)$$

- (d) Laske todennäköisyys $P(\{A < B\} \cap \{A < C\})$. (1p)
(e) Laske ehdollinen todennäköisyys $P(A < B | A < C)$. (2p)

TEHTÄVÄ 2

60% suomalaisista on "nuoria", eli alle 50-vuotiaita, ja loput ovat "vanhoja". 35% nuorista käyttää silmälasia, kun taas 85% vanhoista käyttää silmälasia.

Valitaan 100 suomalaista satunnaisotannalla (palauttaen). Olkoon X nuorten määrä otoksessa, ja olkoon Y silmälasia käyttävien määrä otoksessa.

- (a) Laske $E(X)$. (1p)
(b) Laske $E(Y)$. (2p)
(c) Laske kovarianssi $\text{Cov}(X, Y)$. (3p)
(vihje: kirjoita X ja Y indikaattorisatunnaismuuttujien summina.)

TEHTÄVÄ 3

Arvotaan 100 riippumatonta satunnaislukua jatkuvasta tasajakaumasta välillä $[-1, 2]$. Olkoon X saatujen positiivisten lukujen määrä. Approksimoi todennäköisyyttä $P(X < 60)$ normaaliapproksimaatiota käyttäen. (6p)

TEHTÄVÄ 4

Olkoon X aika (sekunneissa), joka luennoitsijalta kestää päästä toimistoltaan metron kyytiin. Tätä aikaa voidaan mallintaa vakion c (kävely metroasemalle) ja eksponentiaalisesti parametrilla λ jakautuneen ajan (metron odotus asemalla) summana. Tällöin satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(t-c)}, & t \geq c \\ 0, & \text{muuten} \end{cases}$$

Voidaan olettaa, että eri päivien odotusajat ovat riippumattomia. Edellisinä viitenä päivänä X :n arvoiksi havaittiin 185, 400, 250, 500, 375.

- (a) Muodosta uskottavuusfunktio tuntemattomille parametreille c ja λ . (2p)
(b) Etsi parametrin c suurimman uskottavuuden estimaatti. (2p)
(c) Etsi parametrin λ suurimman uskottavuuden estimaatti. (2p)

