

---

**A!**

Numeerinen analyysi  
MS-C1650  
Hakula / Leinonen  
Loppukoe, 7.4. 2016

**T**

---

Moniossaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu. Kokeessa saa käyttää laskimia ja luentomuistiinpanoja.

**TEHTÄVÄ 1** Olkoon data  $\{(-1, 1), (0, -1), (3, 2)\}$ . Muodosta Newtonin interpolaatiopolynomi  $p_N(x)$ . Arvioi virhettä, kun tiedetään, että funktion  $f(x)$  derivaatoille pätee  $|f^{(n)}| \leq n!/n^2$ . Voiko neljännen datapisteen lisätä siten että interpolaatiovirhe kasvaa?

**TEHTÄVÄ 2** Kuinka suorittaisit  $n$ -ulotteisen pallon tilavuuden määrittämisen Monte Carlo-menetelmällä? Kirjoita integraalit ja algoritmin kuvaus mahdollisimman selkeästi. Anna perusteltu arvio suppenemisnopeudelle.

**TEHTÄVÄ 3** Olkoon tarkasteluväli  $[a, b] = [-2, -1]$ . Etsi Gaussin kvadratuuri tapaukselle  $n = 1$ .

**TEHTÄVÄ 4**

- a) Ratkaise tehtävä  $y' = y/2$ ,  $y(0) = 2$ , ajan hetkellä  $t = 1$  Eulerin menetelmällä, kun askelpituus on vakio  $h = 1/3$ .
- b) Onko menetelmä konvergentti kaikilla askelpituuksilla  $h$ ?
- c) Mihin numeeriseen kvadratuuriin menetelmä on redusoitavissa?