

Tfy-56.102 Moderni Fysiikka II

Tentti 16.1.1996

P. Helistö, T. Kurki-Suonio

1. Identtisten atomien, joiden massa on M ja jotka vuorovaikuttavat vain lähimpien naapuriensa kanssa, välinen potentiaalienergia olkoon muotoa

$$U(x) = U_0 \exp[(x - b)^2/a^2] - V_0,$$

missä U_0 , V_0 , a ja b ovat vakioita. Johda tällaisten atomien muodostaman lineaarisen kiteen hilavärähtelyjen dispersiorelaatio

$$\omega = \omega(k).$$

Vihje: linearisoi liikeyhtälö tasapainoaseman ympäristössä.

2. Suorittamalla energiayhtälössä korvaukset $E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ ja $p = -i\hbar \nabla$ osoita, että relativistiselle hiukkaselle (lepomassa $\neq 0$) eräs ratkaisu on muotoa $\frac{e^{-r/r_0}}{r}$. Määää r_0 olettaen, että π -mesonin massa on $m_\pi = 270 \cdot m_e$. Voit olettaa pallosymmetrisen tapauksen, ts. ei kulmariippuvuuksia.

3. ^{14}C -isotooppia syntyy kosmisen säteilyn vaikutuksesta ilmakehän yläkerroksissa. Kasvien fotosynteesin kautta ^{14}C joutuu eläviin olentoihin, joissa sen hiukkasosuus kaikesta hiilestä on noin $1.5 \cdot 10^{-10}\%$. Erästä vanhasta intiaanien leiripaikasta löydettiin hiiltä, jonka ^{14}C -ominaisaktiivisuus oli $0.005 \mu\text{Ci}/\text{kg}$. Arvioi, milloin intiaanit pitivät leiriään tässä paikassa. ^{14}C -isotoopin puoliintumisaika on 5760 vuotta ja hiilen atomipaino on 12.01 amu. $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

- ⇒ 4. Äänen eteneminen ideaalikaasussa on adiabaattinen prosessi. Sille voidaan johtaa etenemisnopeuden lauseke

$$v_s = \sqrt{\frac{1}{\kappa_S \rho}},$$

jossa $\kappa_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_S$ on adiabaattinen kompressibiliteetti ja ρ kaasun tiheys.

Johda v_s ideaalikaasulle lähtien adiabaattisesta tilanyhtälöstä $pV^\gamma = \text{vakio}$. Lausu tulos γ :n ja T :n avulla.

- × ⇒ 5. ^3He nesteytyy ilmanpaineessa lämpötilassa 3.2 K. Laske, riittääkö klassinen approksiimaatio kuvaamaan ideaalista ^3He -kaasua ko. lämpötilassa.

Vakioita: $1 \text{ amu} = 1.6604 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $h = 6.6256 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $k_B = 1.3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $N_A = 6.0225 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$, $C_V(\text{CotaCola}) \simeq 4.2 \text{ kJ/kg/}^\circ\text{C}$.

Pallokoordinaatit:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$