

Koeohjeet

- Kolme pakollista tehtävää. Max 6p/tehtävä. Kokeen kesto 3h.
- Kokeesta saa poistua aikaisintaan 35 minuuttia kokeen alkamisen jälkeen.
- Kirjoitusvälineet ja muistilappu sallittu kokeen aikana. Muut apuvälineet kielletty.
- Muista perustella ja selittää ratkaisujasi myös sanallisesti!
- Kun olet saanut kokeen valmiiksi, tarkista, että nimesi on kaikissa vastauspapereissa. Palauta sitten vastauspaperit salin eteen valvojalle, ja varaudu todistamaan henkilöllisyytesi. Palautettuasi vastauspaperit, poistu salista häiritsemättä muiden koesuoritusta.

Tehtävä 1

Selitä seuraavat käsitteet yhdellä tai kahdella kokonaisella lauseella. (1p/kohta)
a) valosähköinen ilmiö b) de Broglien aallonpituus c) mittauspostulaatti
d) Blochin pallopinta e) energian kvantittuminen f) kvanttiteleportaatio

Tehtävä 2

Tarkastellaan kvanttisysteemiä, jonka tila-avaruus on kolmiulotteinen. Merkitään tila-avaruuden kantavektoreita

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Systeemin Hamiltonin operaattori voidaan esittää tässä kannassa matriisimuodossa

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 2i \\ 0 & -2i & 0 \end{pmatrix},$$

missä ω on vakio.

a) Osoita, että systeemin kokonaisenergian ominaistilat ovat

$$|E = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}(2|0\rangle + |2\rangle), \quad |E = \pm\sqrt{5}\hbar\omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}(-|0\rangle \pm i\sqrt{5}|1\rangle + 2|2\rangle). \quad (3p)$$

b) Millä todennäköisyydellä systeemi on perustilassaan ajanhetkellä $t > 0$, kun systeemin alkutila ajanhetkellä $t = 0$ on $|0\rangle$, ja tila muuttuu ajassa Schrödingerin yhtälön mukaisesti? (3p)

Tehtävä 3

Tarkastellaan kvanttihiukkasta (massa m), joka on sidotussa tilassa yksiulotteisessa puoliäärettömässä potentiaali-kaivossa. Hiukkasen potentiaalienergiafunktio on

$$U(x) = \begin{cases} \infty & \text{kun } x < 0, \\ 0 & \text{kun } 0 \leq x < L, \\ U & \text{kun } x \geq L, \end{cases}$$

missä U on vakio.

a) Minkä muotoinen on hiukkasta kuvaava aaltofunktio seuraavissa kolmessa eri alueessa: (I) $x < 0$, (II) $0 \leq x < L$, ja (III) $x \geq L$? (3p)

b) Muodosta aaltofunktion jatkuvuusehdot kohdissa $x = 0$ ja $x = L$. (3p)