

Ohje: Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä. Kokeessa on 4 tehtävää, jokaisesta saa 0–6 pistettä. Kokeen lopussa on standardinormaali-jakauman kertymäfunktion taulukko.

Sallitut välineet: kirjoitusvälineet, laskin (symbolinen ja graafinen OK), enintään A4-kokoinen lunttilappu, käsin kirjoitettu, molemmat puolet saa käyttää.

T1 Herrat A , B ja C ovat metsästävässä ja ampuvat samanaikaisesti kohti samaa hirveä. Heidän todennäköisyytensä osua hirveen ovat 0.3, 0.5 ja 0.7, ja osumiset ovat riippumattomia. Olkoot A , B ja C indikaattorimuuttujat, jotka ilmaisevat, osuiko kyseinen herra hirveen vai ei.

- Luettele satunnaisvektorin (A, B, C) mahdolliset arvot ja niiden todennäköisyydet kolmella desimaalilla (yhdellä, jos käytät prosentteja). (2p)
- Olkoon X hirveen osuneiden luotien lukumäärä. Luettele X :n mahdolliset arvot ja niiden todennäköisyydet. (2p)
- Jos hirveen osuu tasan yksi luoti, mikä on todennäköisyys, että se on herran C ampuma? (2p)

T2 Avaruusaluksen moottoria käytetään aika T (sekuntia) ja se aiheuttaa kiihtyvyyden $a = 2 \text{ m/s}^2$. Kiihdytyksen aikana kuljettu matka on $X = \frac{1}{2}aT^2$. Aika T on jatkuva satunnaismuuttuja, joka on tasajakautunut välillä $I = [100, 150]$.

- Laske kuljetun matkan odotusarvo. (2p)
- Laske todennäköisyys, että kuljettu matka on yli 20 000 metriä. (2p)
- Laske kuljetun matkan keskihajonta. (1p)
- Matkaan lähetetään kymmenen alusta, joiden moottoreita käytetään ajat T_1, \dots, T_{10} , jotka ovat riippumattomat ja tasajakautuneet välillä I . Laske todennäköisyys, että tasan kolme aluksista kulkee kiihdytyksen aikana yli 20 000 metriä. (1p)

T3 Erään joen suurin vedenkorkeus kunakin vuonna noudattaa normaalijakaumaa odotusarvolla 5 metriä ja keskihajonnalla 1 metri. Korkeudet eri vuosina ovat riippumattomat.

- (a) Tarkastellaan yhtä vuotta. Mikä on todennäköisyys, että vedenkorkeus pysyy alle 6 metrin? (2p)
- (b) Tarkastellaan 100 peräkkäistä vuotta. Mikä on todennäköisyys, että vedenkorkeus pysyy joka vuosi alle 6 metrin? (2p)
- (c) Rakennetaan tulvavalli, jonka korkeus on h metriä. Määritä mahdollisimman pieni h siten, että vedenkorkeus pysyy alle h metrissä seuraavan 100 vuoden ajan vähintään 95 prosentin todennäköisyydellä. (2p)

T4 Eri kirjainten suhteelliset esiintyvyydet kolmessa kielessä (englanti, ruotsi, suomi) ovat seuraavan sivun taulukon mukaiset. Oletamme, että tekstissä kukin kirjain arvotaan toisistaan riippumatta kyseisen kielen taulukon mukaisesti, esim. suomenkielisessä tekstissä kukin kirjain on A todennäköisyydellä 0,121.

Eräessä viestikanavassa on 70 % viesteistä englanninkielisiä, 10 % ruotsinkielisiä ja 20 % suomenkielisiä. Kanavalta on napattu yksi satunnainen viesti, ja sen sisältö on: "KAAKKOON". Laske viestin kielen posteriorijakauma, toisin sanoen laske todennäköisyydet sille että se on englantia, sille että se on ruotsia, ja sille että se on suomea. (6p)

kirjain	englanti	ruotsi	suomi	kirjain	englanti	ruotsi	suomi
A	0.081	0.094	0.121	P	0.019	0.018	0.018
B	0.015	0.015	0.003	Q	0.001	0.000	0.000
C	0.028	0.015	0.003	R	0.060	0.084	0.029
D	0.042	0.048	0.010	S	0.063	0.066	0.079
E	0.127	0.101	0.080	T	0.091	0.077	0.088
F	0.021	0.020	0.002	U	0.028	0.019	0.050
G	0.020	0.030	0.004	V	0.010	0.024	0.023
H	0.061	0.021	0.019	W	0.024	0.001	0.001
I	0.070	0.058	0.108	X	0.002	0.002	0.000
J	0.002	0.006	0.020	Y	0.020	0.007	0.017
K	0.008	0.031	0.050	Z	0.001	0.001	0.001
L	0.040	0.053	0.058	Å	0.000	0.013	0.000
M	0.024	0.035	0.032	Ä	0.000	0.018	0.036
N	0.067	0.085	0.088	Ö	0.000	0.013	0.004
O	0.075	0.045	0.056				

Normaalijakauman taulukko

Allaolevaan taulukkoon on koottu lukuarvoja normitetun normaalijakauman kertymäfunktiolle

$$\Phi(x) = F_Z(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt.$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

