

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Tentti 30.05.2013

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta. Koeaika on 4h.

1. Luvuista

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^{5/4}}$$

tiedetään, että $s_n = 4.1951068\dots$ kun $n = 9999$. Lähtien tästä tiedosta laske raja-arvo $s = \lim_n s_n$ viiden merkitsevän numeron tarkkuudella.

2. (Jänis ja vanha huuhkaja) Hetkellä $t = 0$ jänis lähtee origosta juoksemaan pitkin positiivista y -akselia vauhdilla v (vakio). Pisteessä $(4, 0)$ oleva huuhkaja huomaa samalla hetkellä jäniksen ja lähtee lentämään matalalla siten, että lentosuunta on koko ajan jänistä kohti. Huuhkajan lentovauhti on myös v . Määritä huuhkajan lentorata sekä raja-arvo $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t)$, missä $s(t)$ on huuhkajan ja jäniksen välimatka hetkellä t .

3. Yhtälöryhmällä

$$\begin{cases} xyz + y^2z + z^3 = 2.98 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3.06 \\ x^2 - y^3z + z^4 = 0.92 \end{cases}$$

on ratkaisu pisteen $(1, 1, 1)$ lähellä. Määritä ratkaisu likimäärin käyttäen Newtonin menetelmää ja Gaussin algoritmia. Yksi iteraatiokierros!

4. Ratkaise Lagrangen kertojien menetelmällä optimointitehtävä $xy^2z^3 = \max!$ ehdolla $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.

5. Laske tasointegraali

$$\int_{\mathbb{R}^2} \frac{1}{[1 + (x - y)^2 + (x + 2y)^2]^2} dx dy.$$