

Mat-1.1020 Grundkurs L2

Sommartentamen 05.08.2013

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Räknare är inte tillåten. Examenstid 4h.

1. Beräkna

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx \quad \text{b) } \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$$

2. Vi studerar det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} \lambda x_2 - x_4 = b_1 \\ x_1 - x_3 + \lambda x_4 = b_2 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = b_3 \\ \lambda x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = b_4 \end{cases}$$

där $\lambda \in \mathbb{R}$ är en parameter. Bestäm λ , villkor för att ekvationssystemet skall vara lösbart samt allmänna lösningen (då villkoren för lösbarhet är uppfyllda), om man vet att λ :s värde är sådant att ekvationssystemet saknar lösning, då $b_1 = b_2 = b_3 = 0$ och $b_4 = 1$.

3. Ett flygplan flyger uppåt längs rymdkurvan $S : y = x^2, z = \frac{1}{3}(2x + y^2)$, där $z > 0$ är höjden ovanför marken (enhet km). Lufttemperaturen nära flygbanan är (enhet °C)

$$T(x, y, z) = -10(z^2 - z + 1) + (2x^2 + 3y)/(1 + z^2).$$

Lufttemperaturen utanför planet mäts också från planet — låt mätresultatet vara $T(t)$ vid tiden t (min). I ett visst ögonblick är flygplanet i punkten $P = (1, 1, 1)$ och dess fart är 6 km/min. Hur stor är den uppmätta utetemperaturens $T(t)$ ändringshastighet $T'(t)$? Ge svaret med enheten °C/min.

4. Ekvationssystemet

$$\begin{cases} xyz + y^2z + z^3 = 2.98 \\ x^3 + y^3 - z^3 = 0.94 \\ 2y^3z + 3z^4 = 4.92 \end{cases}$$

har en lösning nära punkten $(1, 1, 1)$. Bestäm en approximation av lösningen genom att använda Newtons metod och Gauss' algoritm. En iteration!

5. Låt $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$. Beräkna flödet av vektorfältet $\vec{F} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} - z\vec{k}$ ut ur V genom dess randyta ∂V

- med hjälp av Gauss' sats,
- direkt som en ytintegral.