

Laskimet ja taulukkokirjat eivät sallittuja. Muista perustella vastauksesi.

Tehtävät

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö $y'' - y' - 12y = e^{2x}$.
2. Laske integraali

$$\iint_D xy \, dA,$$

kun D on kolmio, jonka kärjet ovat pisteissä $(0, 0)$, $(1, 0)$ ja $(1, 1)$.

3. Määrä ne $x \in \mathbb{R}$, joilla sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n+1} (2x+5)^n$$

suppenee.

4. Etsi funktion $f(x, y) = 2x^2 - y^2$ pienin arvo ehdolla $x^2 + 2(y - 1)^2 = 2$ käyttämällä Lagrangen menetelmää.
5. Osoita, että ryhmällä $(\mathbb{Z}_{40}, +)$ ei ole ryhmän $(\mathbb{Z}_{13} \setminus \{0\}, \cdot)$ kanssa isomorfista ali-ryhmää.