

ELEC-A7200 Signals and Systems

Midterm Exam/Välikoe/Mellanprov I

Problem/Tehtävä/Problem 1

(English): Consider a signal $x(t) = 1/2 + \sin(20\pi t) + \cos(40\pi t)$

a) Determine the period of the signal. (1 p)

b) Determine the coefficients x_k of the exponential Fourier-series representation of the signal:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \exp\left(j\frac{2\pi k}{T}t\right)$$

(2 p)

c) Determine the power of the signal. (1 p)

d) Sketch two-sided power spectrum of the signal. (1 p)

e) Sketch one-sided power spectrum of the signal. (1 p)

(Suomi): Tarkastellaan signaalia $x(t) = 1/2 + \sin(20\pi t) + \cos(40\pi t)$

a) Määritä signaalin jakson aika. (1 p)

b) Määritä signaalin eksponentiaalisen Fourier-sarjan kertoimet x_k :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \exp\left(j\frac{2\pi k}{T}t\right)$$

(2 p)

c) Määritä signaalin teho. (1 p)

d) Piirrä signaalin kaksipuoleinen tehotiheyspektri. (1 p)

e) Piirrä signaalin yksipuoleinen tehotiheyspektri. (1 p)

(Svenska): Betrakta signalen $x(t) = 1/2 + \sin(20\pi t) + \cos(40\pi t)$

- a) Bestäm signalens period. (1 p)
- b) Bestäm koefficienterna x_k för signalens exponentiella Fourier-serierepresentation:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \exp\left(j\frac{2\pi k}{T}t\right)$$

(2 p)

- c) Bestäm signalens effekt. (1 p)
- d) Skissera signalens tvåsidiga effekt-spektrum. (1 p)
- e) Skissera signalens ensidiga effekt-spektrum. (1 p)

Problem/Tehtävä/Problem 2

(English): Consider two pulses

$$x_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \text{rect}\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right)$$

and

$$x_2(t) = x_1(t - T)$$

where $T > 0$.

- a) Determine the inner product

$$\langle x_1(t), x_1(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_1^*(t)dt$$

What is the interpretation of the result? (2 p)

- b) Determine the inner product

$$\langle x_2(t), x_1(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t)x_1^*(t)dt$$

What is the interpretation of the result? (2 p)

- c) Determine the convolution integral:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_1(t - \tau)d\tau$$

Use graphical convolution. (2 p)

(Suomi): Tarkastellaan kahta pulssia

$$x_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \text{rect} \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2} \right)$$

ja

$$x_2(t) = x_1(t - T)$$

missä $T > 0$.

a) Määritä sisätulo

$$\langle x_1(t), x_1(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_1^*(t) dt$$

Mikä on tuloksen tulkinta?

(2 p)

b) Määritä sisätulo

$$\langle x_2(t), x_1(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) x_1^*(t) dt$$

Mikä on tuloksen tulkinta?

(2 p)

c) Määritä konvoluutiointegraali:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_1(t - \tau) d\tau$$

Käytä graafista konvoluutiota.

(2 p)

(Svenska): Betrakta två pulser

$$x_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \text{rect} \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2} \right)$$

och

$$x_2(t) = x_1(t - T)$$

där $T > 0$.

a) Bestäm inre produkten

$$\langle x_1(t), x_1(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_1^*(t) dt$$

Vad är tolkningen av resultatet?

(2 p)

b) Bestäm inre produkten

$$\langle x_2(t), x_1(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t) x_1^*(t) dt$$

Vad är tolkningen av resultatet?

(2 p)

c) Bestäm konvolutionsintegralen:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_1(t - \tau)d\tau$$

Använd grafisk konvolution.

(2 p)

Problem/Tehtävä/Problem 3

(English):

a) Consider a pulse

$$p(t) = \text{tria}(t - 1) + \text{tria}(t) + \text{tria}(t + 1)$$

Determine the Fourier transform of the pulse $P(f)$.

(3 p)

b) Fourier transform of $q(t)$ is given by

$$Q(f) = u\left(-f + \frac{1}{2}\right) + u\left(f - \frac{1}{2}\right)$$

where $u(f)$ denotes unit step function. Determine $q(t)$.

(3 p)

(Finnish):

a) Tarkastellaan pulssia

$$p(t) = \text{tria}(t - 1) + \text{tria}(t) + \text{tria}(t + 1)$$

Määritä pulssin Fourier-muunnos $P(f)$.

(3 p)

b) Funktion $q(t)$ Fourier-muunnos on annettu muodossa

$$Q(f) = u\left(-f + \frac{1}{2}\right) + u\left(f - \frac{1}{2}\right)$$

missä $u(f)$ tarkoittaa yksikköaskelfunktiota. Määritä $q(t)$.

(3 p)

(Swedish):

a) Betrakta en puls

$$p(t) = \text{tria}(t - 1) + \text{tria}(t) + \text{tria}(t + 1)$$

Bestäm Fouriertransformen av pulsen $P(f)$.

(3 p)

b) Fouriertransformen av $q(t)$ ges av

$$Q(f) = u\left(-f + \frac{1}{2}\right) + u\left(f - \frac{1}{2}\right)$$

där $u(f)$ betecknar enhetsstegfunktionen. Bestäm $q(t)$.

(3 p)