Aalto yliopisto, Sähkötekniikan korkeakoulu
Informaatio- ja tietoliikennetekniikan laitos
ELEC-C7250 Stokastiset ilmiöt tietoliikenteessä, syksy 2024

Tentti
5.12.2024
Lassila / Östergård

Tentissä ei saa olla lisämateriaalia. Laskimen käyttö on sallittu.

1. (6p.) Tarkastellaan palvelinjärjestelmää, jonne saapuu uusia töitä Poisson prosessin mukaisesti intensiteetillä $\lambda = 4$ työtä sekunnissa. Järjestelmässä on vain äärellinen määrä palvelimia ja odotuspaikkoja. Saapuva työ estyy eli ei pääse systeemiin todennäköisyydellä $p = 0.1$. Vastaa lyhyesti perustellen seuraaviin kysymyksiin.

   (a) Oletetaan, että havainnoit töiden saapumisprosessia. Edellisen työn saapumisesta on jo kulunut 0.1 sekuntia. Kuinka kauan keskimäärin kestää seuraavan työn saapumiseen? (2p.)

   (b) Järjestelmässä on useita rinnakkaisia palvelimia. Hetkellä $t = 4$ sekuntia järjestelmässä on kaksi työtä, jotka ovat molemmat rinnakkain palveltavina, toinen palvelimella 1 ja toinen palvelimella 2. Työ 1:n palveluaika X_1 on eksponentiaalijakautunut niin että $E[X_1] = 1$ (sekuntia) ja työ 2:n palveluaika on myös eksponentiaalijakautunut niin että $E[X_2] = 3$ (sekuntia). Oletetaan, että työtä 1 on jo ehditty palvella 1 sekunti ja työtä 2 on palveltu 2 sekuntia. Kuinka kauan kestää keskimäärin hetken $t = 4$ jälkeen, että molemmat työt ovat poistuneet systeemistä, kun oletetaan, että töiden palvelu ei voi keskeytyä (esim. FIFO jonokuri)? (2p.)

   (c) Oletetaan, että järjestelmästä on mitattu, että töiden keskimääräinen viive (saapumisesta poistumiseen) järjestelmässä on 3 sekuntia. Kuinka monta työtä järjestelmässä on keskimäärin? (2p.)

2. (6p.) Tarkastallaan dataliikennettä pakettitasolla. Reitittimen puskuriin saapuu datapaketteja Poisson prosessin mukaisesti riippumattomasti kahdelta sisääntulevalta linkiltä intensiteeteillä $\lambda_1 = 2$ pakettia millisekunnissa (1/ms) ja $\lambda_2 = 6$ pakettia millisekunnissa (1/ms). Puskurissa olevia paketteja palvelee FIFO-periaatteella yksi linkki, jonka kapasiteetti on 100 Mbit/s. Puskurissa on rajattomasti tilaa uusille paketeille. Pakettien koko on eksponentiaalisesti jakautunut keskiarvolla 10 000 bittiä.

   (a) Pakettien lukumäärä systeemissä $X(t)$ on Markovin prosessi. Piirrä prosessin tilasiirtymäkaavio. Mikä jonomalli on kyseessä Kendallin notaatiolla? (1p.)

   (b) Ratkaise systeemin tasapainojakauma. Onko jakauman olemassaololla ehtoa? (3p.)

   (c) Johda pakettien keskiviiveen lauseke tasapainojakauman perusteella. Mikä on pakettien keskiviive annetuilla parametrien arvoilla. (2p.)

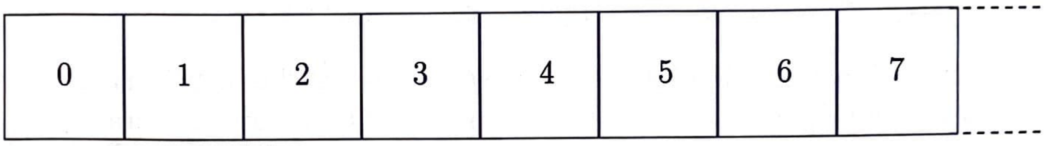
Käännä sivua.

3. (6p.) Entropia. Tarkastellaan kuvan 1 lautaa, jossa ruudut on numeroitu $0, 1, \ldots$. Lähdetään liikkeelle ruudusta 0 ja heitetään kolikko jonka perusteella edetään tai pysytään paikallaan. Kruunalla otetaan askel oikealle, klaavalla ei tehdä mitään. Olkoot Y_1, Y_2 ja Y_3 sijainnit yhden, kahden ja kolmen kolikonheiton jälkeen. (Jos joudut pyöristämään vastauksesi esitä se neljän desimaalin tarkkuudella.)

   (a) (2p.) Laske $H(Y_1, Y_2)$.

   (b) (2p.) Laske $H(Y_3|Y_2)$.

   (c) (2p.) Laske $I(Y_1; Y_3)$.



Kuva 1: Lauta

4. (6p.) Lähdekoodaus. Taannoisessa tentissä pyydettiin opiskelijoita luomaan Shannonin–Fanon–Eliasin koodi eräälle satunnaismuuttujalle X. Tehtävän mallivastaus oli seuraava:

x	$p(x)$	$F(x)$	$\bar{F}(x)$	$\bar{F}(x)$ binäärisenä	$l(x)$	Koodisana
1	0.25	0.25	0.125	0.001	3	001
2	0.5	0.75	0.5	0.10	2	10
3	0.125	0.875	0.8125	0.1101	4	1101
4	0.125	1.0	0.9375	0.1111	4	1111

Opiskelija Aina Viitonen käytti kuitenkin vahingossa Shannonin koodin kaavaa $l(x) = \lceil -\log p(x) \rceil$ (mutta ei tehnyt muita virheitä). Tentin jälkeen hän huomasi heti virheensä ja toivoi, että hänen koodinsa olisi edelleen välitön jotta hän ei ehkä menettäisi niin monta pistettä.

   (a) (1p.) Selitä miksi Ainan koodi ei ollut välitön.

   (b) (1p.) Ei hätää, Aina ajatteli, ehkä se on kuitenkin yksikäsitteisesti dekoodattavissa. Onko se? Perustele.

   (c) (2p.) Aina harmitteli, miksi tentissä ei kysytty Shannonin koodia muuttujalle X? Silloin hän olisi varmasti saanut täydet pisteet. Luo sinäkin Shannonin koodi.

   (d) (2p.) Huffmanin koodikin olisi ilmestynyt kuin itsestään! Luo sinäkin Huffmanin koodi.