ELEC-C1230 Säätötekniikka
Koko kurssin tentti. 12.5.2025

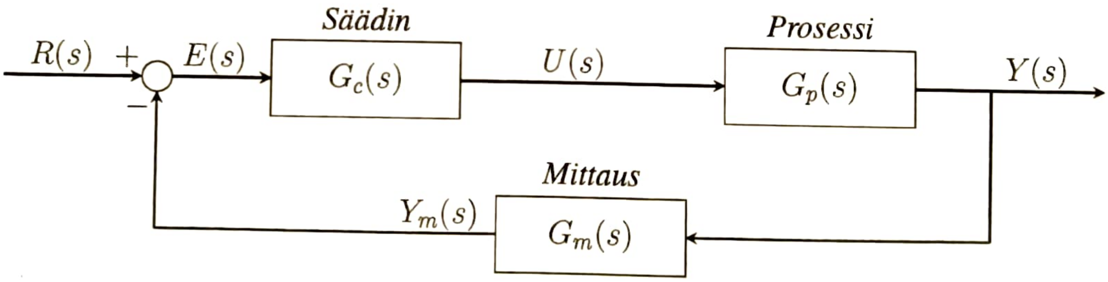
- *Merkitse kaikkiin vastauspapereihin nimesi ja opintonumerosi.*
- *Sallitut apuvälineet: Laskin sekä kurssisivuilla oleva kaavakokoelma tai erillinen Laplace-muunnostaulukko sekä Z-muunnostaulukko. Jokaisen tulee tuoda tämä mukanaan kokeeseen.*
- *Laskinta saa käyttää vain apuvälineenä numeerisiin laskuihin. Ratkaisut eivät siis saa perustua yksinomaan laskimen käyttöön.*
- *Kokeessa on viisi (5) tehtävää ja kaikkiin pitää vastata.*
- *HUOM. Ratkaisussa on esitettävä riittävästi välivaiheita, jotta voidaan nähdä, miten olet päätynyt ratkaisuun. Hyväksyttävässä ratkaisussa pelkät tulokset eivät riitä, vaan on esitettävä myös, miten ne on saatu.*

---

1. Selosta, mitä seuraavat käsitteet tarkoittavat ja mikä on niiden merkitys säätötekniikassa:

a. Laplace-muunnos (1p)
b. Z-muunnos (1p)
c. Siirtofunktio (1p)
d. Tilaesitys (1p)
e. Takaisinkytketty säätö tilasuureesta (1p)
f. Pulssinsiirtofunktio (1p)

2. Tarkastellaan alla olevassa kuvassa esitettyä säätöjärjestelmää:



jossa prosessia

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

säädetään PD-säätimellä

$$G_c(s) = s + K$$

ja mittauksen siirtofunktio on $G_m(s) = 1$.

a. Määritä suljetun silmukan järjestelmän siirtofunktio. (2p)
b. Millä K:n arvoilla säädetty järjestelmä on asymptoottisesti stabiili? (2p)
c. Valitse parametriksi $K = 1$. Laske säädetyn järjestelmän painofunktio (eli impulssivaste). (2p)

3. Järjestelmän tilaesitys on

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u(t),$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t),$$

jossa m, k ja b ovat positiivisia vakioita.

a. Määritä järjestelmän siirtofunktio. (2p)

b. Määritä järjestelmän tulo-lähtökäyttäytymistä kuvaava differentiaaliyhtälö. (2p)

c. Piirrä järjestelmän napa-nollakuvio, kun $m = 1$, $b = 2$ ja $k = 3$. Mitä voit päätellä järjestelmän käyttäytymisestä kuvion perusteella? (2p)

4. Tarkastellaan seuraavaa järjestelmää:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \epsilon & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

a. Laske järjestelmän ohjattavuus- ja tarkkailtavuusmatriisit, ja määritä ϵ:n arvot, joilla järjestelmä ohjattava ja tarkkailtava. (2p)

b. Selosta, mitä yllä lasketut ohjattavuus- ja tarkkailtavuusmatriisit merkitsevät käytännössä. Onko järjestelmässä tiloja, joita ei voida ohjata tai tarkkailla, riippuen arvosta ϵ? (2p)

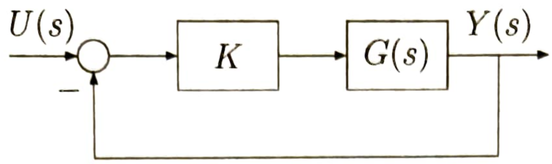
c. Asetetaan $\epsilon = 0$. Suunnittele järjestelmälle tilatarkkailija, jolla on virheen karakteristinen polynomi $s^2 + s + 1$. Tässä Ackermannin kaava voi olla hyödyllinen (luentokalvoista):

$$\mathbf{K} = Q(\mathbf{A})\,\mathbf{M}_o^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

jota saa halutessaan käyttää.

Koe jatkuu seuraavalla sivulla ⇒

5. Tarkastellaan seuraavassa kaaviossa esitettyä säätöjärjestelmää:



jossa

$$G(s) = \frac{1}{s+1}.$$

a. Määritä järjestelmän (Laplace-tason) suljetun silmukan siirtofunktio. Millä K:n arvoilla jatkuvan ajan järjestelmä on asymptoottisesti stabiili? (2p)

b. Diskretoi suljetun silmukan siirtofunktio Eulerin etuperoisella menetelmällä (eli eteenpäin derivoinnilla), kun näytteenottoväli $T_s = 1/10$ (Vihje: $s \leftarrow \frac{(z-1)}{T_s}$). Muodosta myös vastaava (diskreetin ajan) differenssiyhtälö järjestelmälle. (2p)

c. Millä K:n arvoilla diskreetin ajan suljetun silmukan järjestelmä on asymptoottisesti stabiili? (2p)