

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

MS-A0103 (ELEC, ENG)

MS-A0104 (ELEC, ENG)

Malinen/Hirvi

Malinen

Kurssitentti, uusintatentti ja yleinen tentti 15.10.2025 klo. 17:00 – 20:00.

Yleinen tentti: Laske kaikki kuusi tehtävää.

Kurssitentin uusinta: Viisi parasta tehtävää otetaan mukaan arvosteluun.

Jokainen voi yrittää kuutta tehtävää, jolloin arvosana määräytyy paremman vaihtoehdon mukaan: "viisi parasta koetehtävää + voimassa olevat laskaripisteet" tai "pelkät kuusi koetehtävää".

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin selkeällä käsialalla.

~~1.~~ Määritä kaikki reaaliluvut $x \in \mathbb{R}$, joilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^3+1}}{n2^n} x^n$$

suppenee. Tutki myös mahdolliset suppenemisvälin päätepisteet. (4p+2p)

~~2.~~ Laske seuraavat raja-arvot:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{x^2} \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\sin x + 1}}{x}. \quad (3p+3p)$$

3. ~~a)~~ Johda funktion $\tan x$ derivaatta olettaen funktioiden $\sin$ ja $\cos$ derivaatat tunnetuiksi. (2p)

b) Johda a)-kohdan tuloksesta käänteisfunktion $f(x) = \arctan x$ derivaatan lauseke. (4p)

KÄÄNNÄ!

4. Neljä kertaa derivoituvasta funktiosta $g(x)$ tiedetään, että $g(0) = 1$, $g'(0) = 0$ ja $g''(0) = 7$. Laske funktion $f(x) = g(x) \sin x$ kolmannen asteen Taylorin polynomi kehityskeskisteessä $x_0 = 0$. (6p)

5. Laske integraalit

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x \, dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{\pi} \cos x \sqrt{\sin x} \, dx. \quad (3p+3p)$$

Vihje: Ensimmäisessä voi yksinkertaistaa integraalia käyttämällä identiteettiä $2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$.

6. Määritä differentiaaliyhtälön $y'' + 2y' + 2y = e^x$ yleinen ratkaisu $y = y(x)$. (6p)

Eräitä trigonometristen funktioiden arvoja:

$$\begin{bmatrix} \alpha & -\frac{\pi}{4} & -\frac{\pi}{6} & 0 & \frac{\pi}{6} & \frac{\pi}{4} & \frac{\pi}{3} & \frac{\pi}{2} & \pi & 2\pi \\ \sin(\alpha) & -1/\sqrt{2} & -1/2 & 0 & 1/2 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 & 1 & 0 & 0 \\ \cos(\alpha) & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 & 1 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 1/2 & 0 & -1 & 1 \\ \tan(\alpha) & -1 & -1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 1 & \sqrt{3} & - & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Eräitä kaavoja:

$$D \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad D \arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}, \quad \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k}$$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k, \quad \ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} x^k$$

$$\tan(x) = D \left(\frac{\sin(x)}{\cos(x)} \right)$$

$$\frac{\sin(x) \cdot \sin(x) - \cos(x) \cdot \cos(x)}{\cos^2(x)}$$

$$= \tan^2(x) - 1$$

KÄÄNNÄ!