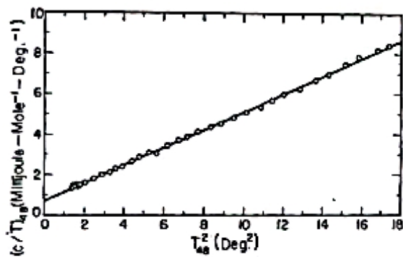


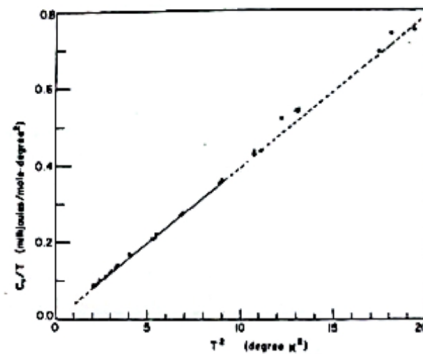
PHYS-C0240 Materiaalifysiikka, tentti 3.12.2025  
Taulukot tai muut muistiinpanot eivät ole sallittuja.  
Laskin on sallittu.

Perustele vastauksesi ellei tehtävässä anneta muuta ohjetta.

1. Kuvissa 1 ja 2 on esitetty kullan ja germaniumin mitatut ominaislämpökapasiteetit sekä mittaustuloksiin tehty sovite ( $T^2, C/T$ )-koordinaatistossa hyvin matalissa lämpötiloissa.
- (a) Miksi molemmissa kuvaajissa mittaustulokset asettuvat suoralle? (4 p)
- (b) Miksi germaniumin tapauksessa sovitesuora kulkee origon kautta mutta kullan tapauksessa ei? (4 p)



Kuva 1: Kullan ominaislämpökapasiteetti.  
*Corack et al., PR 98 (1955)*



Kuva 2: Germaniumin ominaislämpökapasiteetti.  
*Keesom et al., PR 91 (1953)*

2. Neliöhilan hilavakio on  $a$ . Tällöin harmonisten fononien dispersiorelaatio on

$$\omega(\mathbf{k}) = \omega_0 \sqrt{2 - \cos(k_x a) - \cos(k_y a)}$$

missä  $\omega_0 > 0$ .

- (a) Mistä joukosta aaltovektorin  $\mathbf{k}$  komponentit  $k_x$  ja  $k_y$  pitää valita, kun halutaan kuvata kaikki mahdolliset hilan harmoniset ominaisvärähtelyt? Miten vektori liittyy ominaisvärähtelyn ominaisuuksiin? (4 p)
- (b) Kuinka suuri on äänen nopeus hilassa? Riippuuko nopeus äänen etenemissuunnasta? (4 p)

3. Röntgendiffraktiossa hilatasojen väliset etäisyydet saadaan Braggin lain mukaisesti

$$d_{(hkl)} = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

missä  $(hkl)$  on vastaavan hilatasojen perheen Millerin indeksi ja  $a$  kuutiollisen kopin hilavakio. Sironnassa kuutiollisesta kopista pätevät mm. seuraavat valintasäännöt:

- Kuutiollinen (sc): kaikki indeksiyhdistelmät tuottavat diffraktiopiikin.
- Tilakeskinen kuutiollinen (bcc): lausekkeen  $h + k + l$  tulee olla parillinen, jotta diffraktiopiikki syntyy.

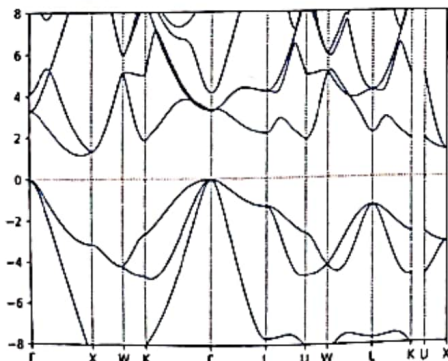
Kuinka monta diffraktiopiikkiä on vähintään mitattava, jotta sc ja bcc hilojen rakenteet voi erottaa toisistaan? (8 p)

4. Kaksiulotteisen kolmiohilan kantavektorit ovat  $\mathbf{a}_1 = a\hat{x}$  ja  $\mathbf{a}_2 = \frac{1}{2}a\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}a\hat{y}$ , missä  $a > 0$ .

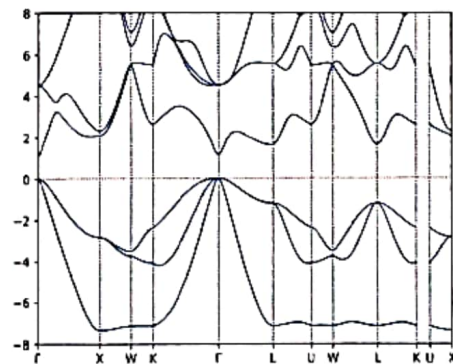
- Määritä käänteishilan kantavektorit ja piirrä kuva käänteishilasta. (2 p)
- Piirrä käänteishilaan ensimmäinen Brillouinin vyöhyke. (2 p)
- Määritä käänteishilan symmetriapisteeet ja piirrä vapaiden elektronien vyörakenne. (4 p)

5. Oheisissa kuvissa 3 ja 4 on esitetty piin ja galliumarsenidin elektronien vyörakenteet. Tarkasteltava energia-alue on materiaalien vyöaukkojen ympäristössä. Pystyakselin yksikkö on elektronivolti ja energian nollakohta on asetettu valenssivyön huipun tasolle.

- Selitä vyörakenteiden perusteella, miten pii ja galliumarsenidi eroavat toisistaan, kun niitä käytetään aurinkokennon fotoneita absorboivana materiaalina. (4 p)
- Miten kuvien vyörakenteet muuttuvat, kun pii seostetaan n-tyyppiseksi ja galliumarsenidi p-tyyppiseksi? Piirrä kuvat seostettujen materiaalien vyörakenteista ja perustele esityksesi. (4 p)



Kuva 3: Piin elektronien vyörakenne.



Kuva 4: Galliumarsenidin elektronien vyörakenne.