

## Kurssikoe 14.4.2026

Kukin tehtävä on samanarvoinen. Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta (laskee potenssi-, eksponentti-, logaritmi- ja trigonometristen funktioiden arvoja sekä binomikertoimia). Kiellettyjä ovat ohjelmoitavat, symboliset ja graafiset laskimet. Laskimet, joilla saa yhteyden Internetiin (esim. kännykän laskin) ovat myös kiellettyjä. Voit tuoda kokeeseen käsin kirjoittamasi kaksipuolisen A4-kokoisen muistilapun. Sitä ei tarvitse palauttaa kokeen kanssa. **Koepaperin lopussa on standardinormaalijakauman kvantiileja. Esitä kaikkien laskujesi välivaiheet, ja perustele kaikki vastauksesi yksityiskohtaisesti. Pelkästä oikeasta vastauksesta ei saa pisteitä. Vastaa rauhassa. Tarkista vastauksesi. Ja vielä toisen kerran. Parhainta koemenestystä!**

1.

a) Johda satunnaismuuttujien  $X_1$  ja  $X_2$  summan varianssille  $V(X_1 + X_2)$  tulos

$$V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) + 2C(X_1, X_2).$$

Yllä  $C(X_1, X_2)$  on satunnaismuuttujien  $X_1$  ja  $X_2$  kovarianssi. (4 p)

b) Mikä on erotuksen  $X_1 - X_2$  varianssi  $V(X_1 - X_2)$ ? Perustele vastauksesi. (2 p)

2. Kolmesta kupista yksi on merkitty A:lla, yksi B:llä ja yksi C:llä. Kupeista yhden alla on herne. Arvaajan tehtävä on veikata kuppi, jonka alla herne on. Kunkin arvauksen jälkeen paljastetaan, oliko herne kupin alla vai ei. Arvaaja jatkaa veikkaamista, jos arvaus oli väärä. Tehtävä on laskea todennäköisyys, että arvaaja löytää herneen toisella veikkauksella tilanteissa a)–c). (Vihje: Piirrä puukaaviot.)

a) Herne on kunkin kupin alla todennäköisyydellä  $1/3$ . Arvaaja veikkaa mahdollisista kupeista sitä, joka on aakkosissa ensimmäisenä.

b) Herne on kupin A alla. Arvaaja veikkaa mahdollisia kuppeja yhtä suurella todennäköisyydellä (todennäköisyydet summautuvat yhdeksi kullakin veikkauskerralla).

c) Herne on kunkin kupin alla todennäköisyydellä  $1/3$ . Arvaaja veikkaa mahdollisia kuppeja yhtä suurella todennäköisyydellä (todennäköisyydet summautuvat yhdeksi kullakin veikkauskerralla).<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kohta c) on opiskelijan kysymys 13.4.2021.

3. Oikeus- ja yhteiskuntatieteellinen yhdistys myönsi 4.12.2015 ensimmäisen julkaisupalkintonsa Peltosen ym:iden (2014) artikkelille.<sup>2</sup> Tutkijat olivat poimineet Väestörekisterikeskuksen tiedoista satunnaisotoksen kotitalouksista, joissa on 0–12-vuotiaita lapsia, ja lähettäneet niille kyselyn. Jos kotitaloudessa oli kaksi vanhempaa tai huoltajaa, vain toisen (kumman tahansa) oli tullut vastata. Vastausprosentti oli 53. Vanhempia ja huoltajia vastasi 3 170. Heistä äitejä oli 2 752 (87 %). Tutkimuksessa keskityttiin äitien vastauksiin. Puutteellisten vastausten poiston jälkeen aineisto koostui 2 716 äidin vastauksesta (taulukon mukaan 2708:sta).

Taulukon tiedot ovat artikkelista. “Muu äiti” on äitipuoli, adoptioäiti tai sijaisäiti. Tehtävä tulee ratkaista taulukon tietojen perusteella.

	vakavaa väkivaltaa		
	kyllä (n)	ei (n)	kyllä (%)
biologinen äiti	132	2548	4.9
muu äiti	9	19	32.1

Laske 99 %:n (kaksisuuntainen) luottamusväli vakavaa väkivaltaa käyttävien biologisten äitien osuudelle. Perustele huolellisesti, miksi käyttämäsi luottamusväli sopii tehtävän tilanteeseen.

#### 4. Yle Uutiset 14.3.2022:<sup>3</sup>

Ydinvoiman historiassa on maailmalla kertynyt yhteensä vajaat 20 000 reaktorin käyttövuotta. Energiantuotantoon tarkoitetuissa ydinvoimaloissa on kuitenkin sattunut kaikkiaan viisi sydämen sulamisonnettomuutta. Onnettomuuksia tapahtuu siis paljon useammin kuin nykyisten riskianalyyysien mukaan pitäisi.

Fortum on arvioinut Loviisan ykkösyksikön reaktorisydämen vaurioitumisen todennäköisyydeksi 0.000046 vuotta kohden:<sup>4</sup>

<sup>2</sup><https://oyy-ry.fi/2015/12/04/oyyn-julkaisupalkinnon-voittaja-valittu/> (haettu 1.6.2024). K. Peltonen, N. Ellonen, T. Pösö ja S. Lucas (2014): Mothers' Self-Reported Violence toward Their Children: A Multifaceted Risk Analysis. *Child Abuse & Neglect*, 12, 1923–1933. Artikkelin mukaan äideistä 150 (5.5 %) kertoi kohdistaneensa vakavaa väkivaltaa kotitaloudessaan asuneeseen lapseen viimeisen 12 kuukauden aikana (taulukon alla mukaan  $100 \times (141/2708)\% = 5.2\%$ ). Artikkelissa ei selitetä, miksi jaottelusta on poistettu 8 havaintoa ja miksi vakavaa väkivaltaa käyttäneitä äitejä on 141 eikä 150. Artikkelin luvuissa on muitakin epäjohtonmukaisuuksia.

<sup>3</sup><https://yle.fi/uutiset/3-12288244> (haettu 16.3.2022).

<sup>4</sup>Fortum: Kysymyksiä ja vastauksia ydinturvallisuudesta. [http://www.fortum.fi/fi/new\\_s\\\_section\\\_item.asp?path=14020;14028;14029;25800;5533;55923](http://www.fortum.fi/fi/new_s\_section\_item.asp?path=14020;14028;14029;25800;5533;55923) (julkaistu ja haettu 16.3.2011). Linkki on vanhentunut.

Riskianalyysin perusteella todennäköisyys, että Loviisan ykkösyksikön reaktorisydän vaurioituisi, on  $4.6 \times 10^{-5}$  [ $4.6 \times 10^{-5} = 0.000046$ ] vuotta kohden, eli harvemmin kuin kerran 20 000 vuodessa.

Tehtävän oletukset: Ydinvoimaa on käytetty 20 000 reaktorin käyttövuotta. Vuosittaiset reaktorisydämen tapahtumat (sulamisonnettomuus tai ei) ovat riippumattomia. Reaktorisydämen sulamisonnettomuuksia on tapahtunut viisi. Nollahypoteesi on, että reaktorisydämen sulamisonnettomuuden todennäköisyys on 0.000046 kunakin käyttövuonna. Vastahypoteesi on, että sulamisonnettomuuden todennäköisyys on 0.000046:tta suurempi kunakin käyttövuonna.

Mikä on sopiva testisuure? Mikä on sen  $p$ -arvo? Mitä päättelet?

---

standardinormaalijakauman kvantiileja							
0.75	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.9999
0.675	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.719

---