

Huom! Tenttisuorituksen arvoeleminen edellyttää, että kaikki kolme koitehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.

Tehtävä 1 (10p)

(a) Määrittele seuraavat käsitteet: *totuusjakeku, virheenön todistusjärjestelmä ja muuttujan termi*. ($3 \times 2p$)

(b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\phi \equiv \psi$?

Osoita yksityiskohtaisesti, että $\phi \equiv \psi$, jos ja vain jos $\models \phi \leftrightarrow \psi$. (4p)

Tehtävä 2 (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väitämät:

(a) $\models (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow C)$

(b) $\{ \forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)) \} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki väli vaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\forall xA(x) \wedge \forall xB(x) \rightarrow \forall x(A(x) \wedge B(x)))$$

Prenex-normaalinuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulinuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään kirjaimista a ja b koostuvat merkijonot “”, “ a ”, “ b ”, “ aa ”, “ ab ”, “ ba ”, “ bb ”, ... muuttujattomilla termeillä

$$e, a(e), b(e), a(a(e)), a(b(e)), b(a(e)), b(b(e)), \dots,$$

joika rakentuvat vakiosymbolista e , joka tarkoittaa tyhjää merkijonoa “”, ja yksipaikkaisista funktioista $a(x)$ ja $b(x)$, joiden ajatteluaan liittäväan vastaavan kirjaimen a tai b merkijonon x alkuun. Täten $a(b(e))$ tulkitaan $a(b(“”)) = a(“b”) = “ab”$.

(a) Määrittele predikaatti $O(x) =$ “kirjaimen a esiintymien lukumäärä merkijonossa x on pariton” predikaattilogikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki äärelliset merkijonot edellä kuvatulla tavalla esitettyinä.

(b) Anna laaimallesi määritelmälle Σ malli $S \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models O(a(b(a(e)))).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if } (B) \text{ then } \{C_1\} \text{ eIse } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin estehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Diff:

$$v = 0 ; z = 0 ; \text{while } (! (z == y)) \{ z = z + 1 ; v = v - 1 \} ; v = v + x.$$

Osoita heikoimpia estehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Diff } [v == x - y].$$

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.