

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

⌈ **Tehtävä 1** (10p)

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *tautologia*, *disjunktiivinen normaalimuto* ja *Herbrand-kanta*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä $\mathcal{A} \models \phi$?
Osoita yksityiskohtaisesti, että kaikille \mathcal{A} ja ϕ pätee $\mathcal{A} \models \phi$ tai $\mathcal{A} \not\models \phi$. (4p)

✗ **Tehtävä 2** (10p) Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a) $\models \neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg C \rightarrow A) \rightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge C)$
- (b) $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(Q(x) \rightarrow R(x))\} \not\models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 (10p) Johda lauseelle

$$\neg(\underbrace{\exists x A(x)} \vee \underbrace{\exists x B(x)} \rightarrow \underbrace{\exists x(A(x) \vee B(x))})$$

Prenex-normaalimuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko S) ja osoita S toteutumattomaksi resoluutiolla.

Tehtävä 4 (10p) Esitetään luonnolliset luvut $0, 1, 2, \dots$ muuttujattomilla termeillä $0, s(0), s(s(0)), \dots$, jotka rakentuvat vakiosymbolista 0 ja funktiosymbolista s , joka tulkitaan funktioksi $s(x) = x + 1$ luonnollisille luvuille x .

- (a) Määrittele predikaatit $D(x) = \text{“}x \text{ on kolmella jaollinen”}$ ja $I(x) = \text{“}x \text{ ei ole kolmella jaollinen”}$ predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laatimallesi määritelmälle Σ malli $\mathcal{S} \models \Sigma$, jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x(D(x) \wedge I(x)).$$

Tehtävä 5 (10p)

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if } (B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto* B_1 annetusta jälkiehdosta B_2 .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Minus:

$$v=0 ; v=v-x ; z=y ; \text{while}(! (z==0)) \{z=z-1 ; v=v+1\}.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Minus } [v==y-x].$$