

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!
Funktioalaskin on sallittu apuväline tässä kokeessa!*

1.

(a) Missä tason pisteissä funktio

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y}, & x > 0 \text{ ja } y > 0, \\ 0, & x \leq 0 \text{ tai } y \leq 0, \end{cases}$$

on jatkuva? Perustele lyhyesti!

(b) Määritä vakio c siten, että $u(t, x) = f(x + ct)$ on osittaisdifferentiaaliyhtälön $u_t(t, x) + 2u_x(t, x) = 0$ ratkaisu ja määritä sitten f siten, että u toteuttaa alkuehdon $u(0, x) = \sin(x)$.

2. Funktiosta $f(x, y)$ tiedetään, että $f(3, 2) = 1.79$, $f(3.1, 1.98) = 1.83$ ja $f(2.9, 2.1) = 1.78$. Laske derivaattoja käyttäen luvun $f(3.3, 2.2)$ likiarvo.

3. Esitä miten Newtonin menetelmällä voidaan approksimatiivisesti ratkaista yhtälösystemi

$$\begin{aligned} x^2y + x &= 2 - y^2, \\ x^2 &= 1 - y, \end{aligned}$$

ja laske vähintään yksi kierros alkuarvoilla $x_0 = 1$, $y_0 = -1$.

4. Olkoon $f(x, y) = x^2y - 2x + 4y^2$.

(a) Määritä funktion f paikalliset ääriarvot ja niiden laatu.

(b) Määritä funktion f suurin ja pienin arvo joukossa $\{(x, y) \mid -2 \leq x \leq 0 \text{ ja } -1 \leq y \leq 0\}$.