

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

1. välikoe 20.2.2007

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja.

1. a) Funktion $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(x) = u(x) + iv(x)$, derivaatta määritellään asettamalla $f'(x) = u'(x) + iv'(x)$. Osoita Eulerin kaavan avulla, että derivoimissääntö

$$\frac{d}{dx}e^{ix} = ie^x$$

on voimassa.

- b) Määritä kaikki yhtälön $z^3 = -8$ ratkaisut muodossa $z = x + iy$.

2. Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja mahdollisimman monta lineaarisesti riippumatonta ominaisvektoria. Onko A diagonalisoituva?

3. Osoita, että yhtälö $5x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2 = 12$ esittää ellipsiä. Määritä sen puoliakseleiden pituudet, pääakseleiden suunnat sekä kiertokulma, jonka avulla kyseinen ellipsi on saatu standardiellipsistä $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.
4. Ratkaise alkuarvot tehtävät
- a) $y' + 4y = 3e^{2x}$, $y(0) = 3$;
b) $y' = -2x(1 + y)$, $y(0) = 2$.