

T-61.3040 Signaalien tilastollinen mallinnus

Tentti 12.1.2007

Tentissä saa olla mukana laskin (ei ohjelmitava tai muisti tyhjä) ja matematiikan perustaulukot (ei taulukoita joissa on kurssin aiheisiin suoraan liittyvää materiaalia)

1. (max 6p) Selitä *lyhyesti* seuraavat asiat menemättä tarpeettomasti yksityiskohtiin:

- i) Autokorrelaatio. (2p)
- ii) Tehospektri. (2p)
- iii) Signaalialiavaruus. (2p)

2. (max 6p)

Kun näppäilet puhelinnumeron, niin äänitaaajuuspuhelimessa kuulet kutakin näppäintä vastaavan äänen. Ääni koostuu kahdesta sinisignaalista eri taajuuksilla. Sinisignaalit poimitaan kahdesta neljän sinisignaalin ryhmästä niin, että mukana on aina yksi signaali kummastakin ryhmästä. Ryhmien sisältämien sinisignaalien taajuudet tunnetaan etukäteen. Näin voidaan muodostaa 16 eri näppäintä vastaavaa ääntä. Molempien sinisignaalien amplitudit ovat tietyissä rajoissa samat. Oletetaan, että olet suunnittelemassa digitaalista laitetta, joka vastaanottaa digitoituja äänisignaaleja. Laitteen pitäisi pystyä selvittämään mitä näppäinten painalluksia signaali sisältää. Tiedät, että signaalin näytteenottotaajuus on 8 kHz ja minkä tahansa näppäimen äänessä sinisignaalien taajuudet poikkeavat toisistaan vähintään 268 Hz.

Alkuverryttelyä estimoit taajuudet periodogramilla. Arvioi suunnilleen kuinka kauan näppäintä pitää painaa, jotta periodogrammi pystyy erottelemaan taajuudet. (2p)

Suunnittele parempi menetelmä kuin periodogrammi. Menetelmän tulisi ottaa huomioon mahdollinen kohina sekä ennalta signaalista tunnetut asiat. Perustele menetelmäsi. (4p)

3. (max 6p)

Vastaa seuraaviin väitteisiin joko "tosi" tai "epätosi" tai jätä vastaamatta. Oikea vastaus antaa yhden pisteen, väärä -1 pistettä ja vastaamatta jättäminen nolla pistettä. Vastauksia ei tarvitse perustella.

- a) Reaalilla WSS-prosessilla $x(n)$ voi olla autokorrelaatiot $r_x(0) = 2, r_x(\pm 1) = -1.5, r_x(\pm 2) = 0$.
- b) WSS-prosessin $x(n)$ autokorrelaatiomatriisin R_x alkioiden joukossa voi olla $M^2/2$ eri lukua, kun matriisin koko on $M \times M$.
- c) Tiukassa mielessä stationäärinen prosessi on aina myös väljässä mielessä stationäärinen.
- d) On mahdollista, että $MA(q)$ -prosessi ei ole WSS-prosessi kun $q < \infty$.
- e) Normaalijakautuneen $AR(p)$ -prosessin ehdollinen varianssi $\text{Var}(x(n+1)|x(n), x(n-1), \dots)$ määrytyy täysin parametrin $b(0)$ arvosta.
- f) Jos prosessin $x(n) = d(n) + v(n)$ Wiener-suodatuksessa kohina $v(n)$ on nollakeskiarvoista valkoista kohinaa joka ei korreloi halutun signaalin $d(n)$ kanssa, niin Wiener-suodin voidaan ratkaista pelkästään kohinan autokorrelaation $r_v(k)$ ja halutun signaalin autokorrelaation $r_d(k)$ avulla.

4. (max 6p)

Mallinna väljässä mielessä stationäärinen prosessi $x(n)$ suodattamalla valkoista kohinaa $v(n)$, jonka varianssi on yksi, systeemin

$$H(z) = \frac{b(0)}{1 + a(1)z^{-1} + a(2)z^{-2}}$$

läpi. Käytä estimoituja autokorrelaatiofunktioarvoja $\hat{r}_x(0) = 0.9, \hat{r}_x(1) = -0.8$ ja $\hat{r}_x(2) = 0.6$.