

**Huom! Tenttisuorituksen arvosteleminen edellyttää, että kaikki kolme koti-  
tehtävää ovat hyväksytysti suoritettut ennen tenttiä.**

**Tehtävä 1 (10p)**

- (a) Määrittele seuraavat käsitteet: *teoreema*, *Herbrand-universumi* ja *substituutioiden kompositio*. (3 × 2p)
- (b) Mitä tarkoitetaan merkinnällä  $\models \phi \leftrightarrow \psi$ ?  
Osoita yksityiskohtaisesti, että jos  $\models \phi$  ja  $\models \phi \leftrightarrow \psi$ , niin  $\models \psi$ . (4p)

**Tehtävä 2 (10p)** Todista semanttisilla tauluilla seuraavat väittämät:

- (a)  $\models (A \rightarrow B \vee D) \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow (((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow D)$
- (b)  $\{\forall x(P(x) \rightarrow R(x)), \forall x(\neg Q(x) \rightarrow \neg R(x))\} \models \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

**Tehtävä 3 (10p)** Johda lauseelle

$$\neg(\forall xA(x) \vee \forall xB(x) \rightarrow \forall x(A(x) \vee B(x)))$$

Prenex-normaaliomuoto sekä mahdollisimman yksinkertainen klausuulimuoto (eli klausuulijoukko  $S$ ) ja osoita  $S$  toteutumattomaksi resoluutiolla.

**Tehtävä 4 (10p)** Esitetään luonnolliset luvut  $0, 1, 2, \dots$  muuttujattomilla termeillä  $0, s(0), s(s(0)), \dots$ , jotka rakentuvat vakiosymbolista  $0$  ja funktiosymbolista  $s$ , joka tulkitaan funktioksi  $s(x) = x + 1$  luonnollisille luvuille  $x$ .

- (a) Määrittele predikaatit  $D(x) = \text{“}x \text{ on kolmella jaollinen”}$  ja  $I(x) = \text{“}x \text{ ei ole kolmella jaollinen”}$  predikaattilogiikalla siten, että määritelmäsi kattaa kaikki luonnolliset luvut edellä kuvatulla tavalla esitettynä.
- (b) Anna laatimallesi määritelmälle  $\Sigma$  malli  $\mathcal{S} \models \Sigma$ , jonka perusteella

$$\Sigma \not\models \exists x(D(x) \wedge I(x)).$$

**Tehtävä 5 (10p)**

Selitä, kuinka ehtolausekkeelle

$$\text{if } (B) \text{ then } \{C_1\} \text{ else } \{C_2\}$$

voidaan muodostaa *heikoin esiehto*  $B_1$  annetusta jälkiehdosta  $B_2$ .

Tarkastellaan seuraavaa ohjelmaa Diff:

$$v=0 ; z=0 ; \text{while}(! (z==y)) \{z=z+1 ; v=v-1\} ; v=v+x.$$

Osoita heikoimpia esiehtoja ja sopivaa invarianttia käyttäen, että

$$\models_p [\text{true}] \text{Diff} [v==x-y].$$

---

Jokaisessa vastauspaperissa tulee olla kurssin nimi, koodi ja tenttipäivämäärä, sekä opiskelijan nimi, koulutusohjelma, vuosikurssi, opintokirjan numero ja omakätinen allekirjoitus.