



Diskreetin matematiikan perusteet
Mat-1.2991
Hakula/Könnö
1. välikoe 10.3.2007



Jokaisesta tehtävästä saa yhtä monta pistettä. Jokaisen osatehtävän painoarvo on sama, ellei pisteytystä ole erikseen annettu.

Kokeessa saa käyttää laskinta.

TEHTÄVÄ 1 Tuulenpuuska pyyhkäisi luennoitsijan pöydällä olleen prujunipun lattialle sekoittaen kysymys- ja vastauspaperit. Auta luennoitsijaa yhdistämään tehtävät vastauksiin! Muista perustella vastauksesi huolella.

Kysymykset:

(i) Etsi kokonaislukuyhtälön

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

ratkaisujen lukumäärä.

(ii) Etsi kokonaislukuyhtälön

$$x_1 + x_2 + x_3 < 6, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

ratkaisujen lukumäärä.

(iii) Olkoon $A = \{a, b\}$ ja $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Montako surjektiota joukolta B joukolle A löytyy?

(iv) Olkoon $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Montako luokkajakoa neljään osaan B :llä on?

(v) Olkoon $A = \{a, b, c, d, e\}$. Montako permutaatiota joukolle A löytyy?

(vi) Olkoon $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ja $B = \{1, 2, 3\}$. Montako injektiota joukolta B joukolle A löytyy?

Vastaukset: 210, 120, 84, 65, 62, 56.

TEHTÄVÄ 2 Kuinka monella tavalla sanan VOITTOimme kirjaimet voi järjestää siten, että kaksoiskonsonantteja ja -vokaaleja yhteensä esiintyy tasan kaksi? Entä jos niitä esiintyy vähintään kaksi?

TEHTÄVÄ 3 Etsi generoivien funktioiden (emäfunktioiden) avulla luvun 16 ne neljä ositusta, joissa esiintyy vain parittomia alkulukuja.

TEHTÄVÄ 4 Innovaatioyliopiston avajaisiin saapuu 160 kutsuvierasta. Jokaiselle vieralle on lähetetty suorakulmainen tunnuslevy, joka on koottu neljästä muodoltaan identtisestä suorakulmaisesta, värikkäästä, mutta läpinäkyvästä, osasta. Valitettavasti eri perustajaorganisaatioiden kutsukirjeissä annetut kiinnitysohjeet ovat menneet sekaisin siten, että

(a) opetusministeriön vieraat pukevat levyn oikein päin,

(b) TKK:n vieraat ylösalaisin,

$\binom{3}{2} = 3$
 $\binom{7}{1,1,1,2} = 6!$

- (c) HKKK:n vieraat etupuoli takana, ja
(d) TaiKin vieraat ylösalaisin ja etupuoli takana.

Teemu Teekkarin vastuulla on pitää huoli siitä, ettei moinen vahinko aiheuta ongelmia eli kaikki tunnuslevyt ovat kiinnitystavasta huolimatta "laillisia." Kuinka monta väriä Burnsiden lemman mukaan Teemun pitää käyttää, jotta kaikki vieraat varmasti saavat erilaiset tunnuslevyt?

Mallikappale ja eri pukeutumisvaihtoehdot:

- (a) Opetusministeriö

○	□
◇	+

- (b) TKK

+	◇
□	○

- (c) HKKK

□	○
+	◇

- (d) TaiK

◇	+
○	□