

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

1. välikoe 28.10.2005/Mellin

Kirjoita *selvästi jokaiseen koepaperiin* alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2600 SovTnA 1. vk 28.10.2005
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Funktio*laskin ja Lainisen ja/tai Mellinin *kaava-* ja *taulukko-*kokoelma.

Vastaa jokaiseen kysymykseen eri paperille. Tarvitset siis ainakin 4 paperia.

Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena ei riitä täysiin pisteisiin.

1. (a) Tulliin tulee eräänä päivänä 11 matkustajan ryhmä, joista 3 salakuljettaja huumeita. Tulli tarkastaa matkustajista 5.
- Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että tarkastuksessa ei havaita yhtään salakuljettajaa?
- Kysymys 2: Mikä on todennäköisyys, että tarkastuksessa havaitaan täsmälleen 2 salakuljettajaa?
- (b) 4 % erään kylän asukkaista kantaa tietämättään erästä vaarallista tarttuvaa tautia. Pikatestissä taudin kantajista havaitaan 96 %, mutta toisaalta 10 % terveistä tulee virheellisesti diagnostisoiduksi taudin kantajiksi.
- Kysymys 1: Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti ko. kylän asukkaiden joukosta valittu henkilö tulee pikatestissä luokitelluksi taudin kantajaksi?
- Kysymys 2: Oletetaan, että satunnaisesti ko. kylän asukkaiden joukosta valittu henkilö tulee pikatestissä luokitelluksi taudin kantajaksi. Mikä on todennäköisyys, että hän ei ole taudin kantaja?
2. (a) Kuulalaakerin kuulien painot vaihtelevat satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa parametrein $\mu = 50$ g ja $\sigma^2 = 0.01$ g². Kuulien joukosta poimitaan satunnaisesti 10 kuulaa takaisinpanolla (palauttaen).
- Mikä on todennäköisyys, että poimittujen kuulien joukossa on vähintään kaksi, joiden paino on suurempi kuin 50.1 g?
- (b) Uurnassa on punaisia ja mustia kuulia suhteessa 1:2. Uurnasta poimitaan satunnaisesti kuulia takaisinpanolla (palauttaen) kunnes löydetään toinen punainen kuula.
- Mikä on todennäköisyys, että kuulia joudutaan poimimaan useampia kuin 3?

3. (a) Johda Poisson-jakauman odotusarvo ja varianssi.
- Ohje: Poisson-jakauman varianssia johdettaessa kannattaa ensin johtaa $E(X(X-1))$

ja käyttää sitten hyväksi kaavaa

$$E(X(X-1)) = E(X^2 - X) = E(X^2) - E(X)$$

- (b) Oletetaan, että jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio $f(x)$ on symmetrinen origon suhteen:

$$f(-x) = f(x)$$

Olkoon lisäksi

$$E(|X|^p) < \infty$$

Todista jatkuvan satunnaismuuttujan odotusarvon määritelmään nojaten, että

$$E(X^3) = 0$$

4. Erään liikeyrityksen puhelinkeskus on jokaisen työpäivänä auki 8 h. Keskukseen tulevien puheluiden lukumäärä 10 minuutissa on satunnaismuuttuja, joka noudattaa Poisson-jakaumaa intensiteettiparametrilla 10.
- (a) Mikä on työpäivän aikana tulevien puheluiden lukumäärän odotusarvo?
- (b) Mikä on todennäköisyys, että puheluita tulee päivän aikana enemmän kuin 500 kpl?
- (c) Mikä on odotusarvo puheluiden tulon väliselle ajalle?
- (d) Mikä on todennäköisyys, että keskus joutuu odottamaan edellisen puhelun tulon jälkeen seuraavaa puhelua kauemmin kuin 1 min?