

Kirjoita ensin alla mainitussa järjestyksessä koepapereihin selvästi

- Mat-2.105 Optimoinnin perusteet, tentti 18.5.2006
- sukunimi, etunimi, (puhuttelunimi alleviivattuna)
- opiskelijanumero, koulutusohjelma ja vuosikurssi
- päiväys ja allekirjoitus

1. Tee lyhyesti selko seuraavista optimointiin liittyvistä käsitteistä (1p / kohta)

- Pareto-optimaalinen portfolio
- "Kyllä-ei" -rajoitus
- Lineaarinen ohjelmointi
- Vektorin  $x$  normi  $\|x\|$
- Positiivisesti semidefiniitti matriisi  $Q$
- Funktion  $f$  arvoon  $c$  liittyvä käyrä

2. a) Kuvaile jokin 1-ulotteinen optimointialgoritmi. (3p)

b) Vertaa lyhyesti toisiinsa sakkofunktio- ja estefunktiomenetelmää. Erityisesti, miten ne eroavat toisistaan? (3p)

3. Etsi optimointitehtävän

$$\min (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\text{se. } x_1^2 - x_2 \leq 0$$

$$-x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \leq 5$$

ratkaisu geometrisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue ja kohdefunktion käyrät. Esitä välttämättömät Karush-Kuhn-Tuckerin ehdot ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (6p)

4. a) Tarkastellaan lineaarista optimointitehtävää:

$$\min x_1 - x_2$$

$$\text{st. } 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 \leq 0$$

$$3x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 \geq 3$$

$$-x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 6$$

$$x_1 \leq 0$$

$$\geq 0$$

Kirjoita tehtävää vastaava duaalitehtävä. (3p)

b) Etsi seuraavan funktion stationaariset pisteet ja tutki niiden laatu (minimi, maksimi, satulapiste) (3p)

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

Käännä!

8. Tarkastellaan optimointitehtävää

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 3x_2 \\ \text{st.} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- a) Kirjoita ongelma standardimuotoon ja ratkaise tehtävä simplex-algoritmillä käyttäen aloituspisteenä  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ . Perustele kukin työvaihe. (4p)
- b) Esitä alkuperäisen tehtävän käypä alue graafisesti ja piirrä samaan kuvaan simplex-algoritmin eteneminen. (2p)