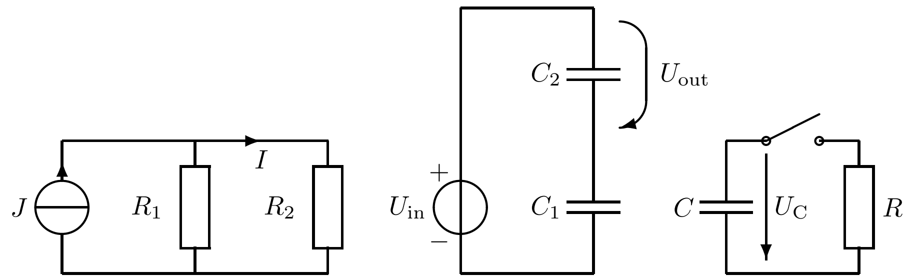
Vastaa kaikkiin neljään tehtävään!



Tehtävä 1

Ratkaise virta I (3 pistettä), siirtofunktio $F(s) = \frac{U_{\mathrm{out}}}{U_{\mathrm{in}}}$ (3 pistettä) ja jännite $U_{\mathrm{C}}(t)$, kun kytkin suljetaan ajanhetkellä $t = 0$ (4 pistettä). Komponenttiarvot ovat

$J = 1\,\mathrm{mA} \quad R_1 = 3\,\mathrm{k\Omega} \quad R_2 = 6\,\mathrm{k\Omega} \quad C_1 = C_2 = 10\,\mathrm{nF} \quad C = 100\,\mu\mathrm{F} \quad R = 100\,\mathrm{k\Omega}$

ja kondensaattorin C alkujännite $U_{\mathrm{C}}(0) = 10\,\mathrm{V}$.

Ratkaisu

Vastusten rinnankytkennän resistanssi on $R_{\mathrm{R}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ja vastusten yli muodostuu jännite $U = R_{\mathrm{R}} J$. Virta $I = \frac{U}{R_2} = \frac{1}{3}\,\mathrm{mA} \approx 333\,\mu\mathrm{A}$.

Siirtofunktio saadaan jännitteenjakosäännön avulla: $U_{\mathrm{out}} = U_{\mathrm{in}} \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + \frac{1}{sC}} = U_{\mathrm{in}} \frac{1}{2}$ eli siirtofunktio $F(s) = \frac{U_{\mathrm{out}}}{U_{\mathrm{in}}} = \frac{1}{2}$.

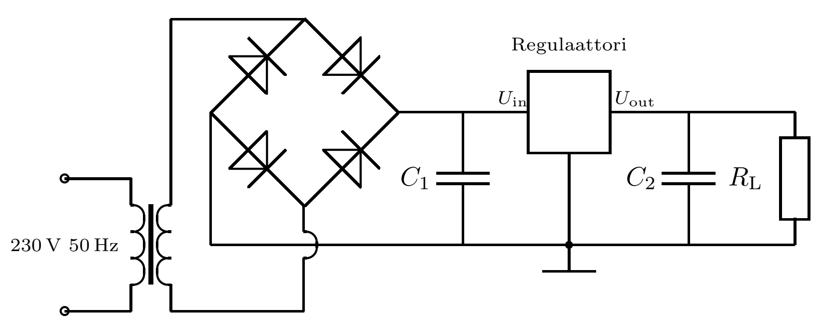
Kytkimen sulkeuduttua kondensaattorin virralle pätee $i = C\frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}$ ja myös $i = -\frac{U_{\mathrm{C}}}{R}$. Saamme differentiaaliyhtälön $C\frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{U_{\mathrm{C}}}{R}$ josta ratkeaa:

$$U_{\mathrm{C}} = ke^{-\frac{t}{RC}}$$

Vakio k saadaan alkuehdosta: kun $t = 0$ pitää U_{C}:n olla 10 volttia. Lopullinen ratkaisu on siis (voltteina):

$$U_{\mathrm{C}} = 10e^{-\frac{t}{RC}} = 10e^{-\frac{t}{10}}$$

Tehtävä 2



Regulaattorin tulojännite saa vaihdella välillä 8 V . . . 15 V. Regulaattorin ja kuorman yhdessä ottama virta on 500 mA. Mitoita kondensaattori C_1 (5 pistettä) ja laske diodien estosuuntainen jännitteenkestovaatimus U_{esto} (3 pistettä). Laske myös muuntajan toisiojännitteen tehollisarvo (2 pistettä).

Bonus (2 pistettä): mikä on teholähteen yksittäisen diodin läpi kulkevan virran maksimiarvo?

Ratkaisu

Ratkaisu noudattelee täysin laskari 12 tehtävä 2:n logiikkaa. Lukuarvot ovat hieman erilaiset. Ratkaistaan ensin se vaihekulma, jonka ajan kondensaattori purkautuu:

$$\phi = 90^\circ + \phi_1 = 90^\circ + \arcsin \frac{8 + 1{,}4}{15 + 1{,}4} \approx 125^\circ$$

Skaalataan se sekunneiksi:

$$t = \frac{\phi}{360^\circ} \frac{1}{50\,\text{Hz}} \approx 6{,}94\,\text{ms}$$

Kondensaattorin kooksi saadaan:

$$C_1 = \frac{I \cdot t}{\Delta U} = \frac{500\,\text{mA} \cdot 6{,}94\,\text{ms}}{15\,\text{V} - 8\,\text{V}} \approx 496\,\mu\text{F}$$

Diodilta vaadittava estosuuntainen jännitteenkestovaatimus ratkeaa seuraavasti: ajatellaan, että muuntajan käämillä on juuri maksimijännite 16,4 V (ylhäältä alaspäin). Tällöin C_1:n yli on 15 volttia ja oikeassa ylänurkassa olevan diodin yli 0,7 V. Kirchhoffin jännitelain mukaan oikeassa alanurkassa olevan (estosuuntaisen) diodin yli on 15,7 V. Diodien on siis kestettävä vähintään $U_{\text{esto}} = 15{,}7\,\text{V}$ jännite.

Toisiojännitteen tehollisarvo saadaan jakamalla sen amplitudi kertoimella $\sqrt{2}$:

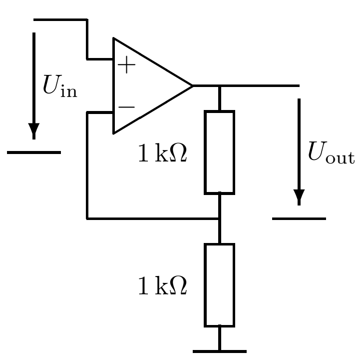
$$U_{\text{rms}} = \frac{16,4}{\sqrt{2}} \approx 11{,}6\,\text{V}$$

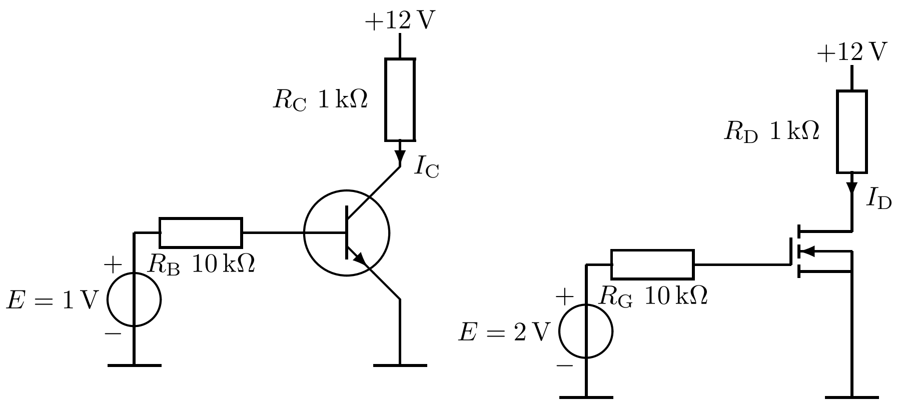
Bonus: Yksittäisen diodin läpi kulkeva maksimivirta saadaan kondensaattorin jännitteen derivaatasta lisäämällä siihen kuorman ottama virta. Diodin virta on suurimmillaan sillä hetkellä, kun se juuri rupeaa johtamaan.

$$I_{\text{Dmax}} = C\frac{\text{d}U}{\text{d}t} + I_{\text{kuorma}} = 2\pi f C_1 \cdot 16{,}4 \cos(\phi_1) + 500\,\text{mA} \approx 2{,}6\,\text{A}$$

Tehtävä 3

a) Piirrä piiri, joka toteuttaa funktion $U_{\text{out}} = 2U_{\text{in}}$ (3 pistettä).





b) Ratkaise virta I_C (3 pistettä). Bipolaaritransistorin virtavahvistus $\beta = 100$.

Ratkaisu

Kantavirta on $I_\mathrm{B} = \frac{1\,\mathrm{V} - 0{,}7\,\mathrm{V}}{10\,\mathrm{k\Omega}}$. Kollektorivirta on $I_\mathrm{C} = \beta I_\mathrm{B} = 3\,\mathrm{mA}$. Tarkistetaan vielä että transistori ei joudu saturaatioon: jännite kollektorin ja emitterin välillä on $12\,\mathrm{V} - (3\,\mathrm{mA} \cdot 1\,\mathrm{k\Omega} = 9\,\mathrm{V}$, mikä on enemmän kuin saturaatiojännite 0,2 V, joten transistori ei ole saturaatiossa.
c) Ratkaise virta I_D. MOSFETille pätee: $U_\mathrm{T} = 3\,\mathrm{V}$ ja $K = 50\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{V}^2}$ (3 pistettä).

Ratkaisu

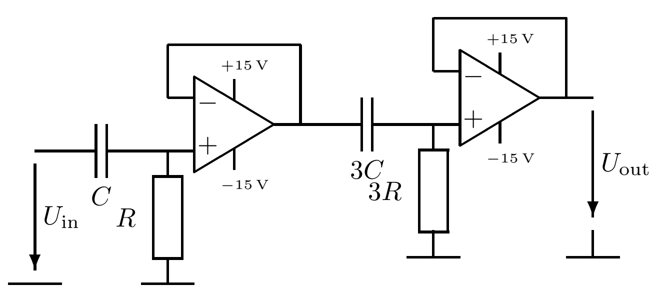
Tämä on helppo: koska hilan jännite 2 V on alle kynnysjännitteen 3 V, virta $I_\mathrm{D} = 0$.
d) Jos transistorin kollektorivastus R_C olisikin 100 kΩ, paljonko olisi virta I_C? (1 piste)

Ratkaisu

Jos R_C olisi 100 kΩ, transistori joutuisi saturaatioon ($3\,\mathrm{mA} \cdot 100\,\mathrm{k\Omega} = 300\,\mathrm{V}$), joten kollektorivirta ei voi enää noudattaa kaavaa $I_\mathrm{C} = \beta I_\mathrm{B}$ vaan transistorin kollektorin ja emitterin välille tulee saturaatiojännite 0,2 V. Silloin

$$I_\mathrm{C} = \frac{12\,\mathrm{V} - 0{,}2\,\mathrm{V}}{100\,\mathrm{k\Omega}} = 118\,\mu\mathrm{A}$$

Tehtävä 4



Ratkaisu

a) Onko kuvan piiri alipäästö- vai ylipäästösuodatin (1 piste)? Laske piirin siirtofunktio (3 pistettä), laske ominaistaajuus f_0 (2 pistettä) ja vaimennusvakio D (2 pistettä).

Kuvan piiri ei voi olla alipäästösuodatin, koska siinä on kondensaattori heti ensimmäisenä sarjassa tulojännitteen kanssa. Sen on pakko siis olla ylipäästösuodatin. Piiri koostuu kahdesta peräkkäin kytketystä RC-lohkosta. Ensimmäisen lohkon siirtofunktio on (jännitteenjakosääntö):

$$\frac{R}{\frac{1}{sC}+R} = \frac{RCs}{RCs+1}$$

ja toisen

$$\frac{3R}{\frac{1}{s3C}+3R} = \frac{9RCs}{9RCs+1}$$

Koko suodattimen siirtofunktio on edellisten tulo:

$$\frac{(3RC)^2s^2}{(3RC)^2s^2+10RCs+1}$$

Verrataan tätä toisen asteen ylipäästöfunktion yleiseen muotoon

$$\frac{(3RC)^2s^2}{(3RC)^2s^2+10RCs+1} = \frac{\frac{s^2}{\omega_0^2}}{\frac{s^2}{\omega_0^2}+2D\frac{s}{\omega_0}+1}$$

ja saadaan

$$\omega_0 = \frac{1}{3RC} \text{ ja } D = \frac{5}{3}$$

Ominaistaajuus saadaan ominaiskulmataajuudesta: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{6\pi RC}$

b) Erään toisen asteen Bessel-alipäästösuodattimen siirtofunktio on

$$F(s) = \frac{3}{s^2+3s+3}.$$

Mitoita tämän siirtofunktion perusteella toisen asteen Bessel-alipäästösuodatin, jonka puolen tehon piste on kulmataajuudella $\omega = 10$. Mikä on tämän uuden suodattimen ominaiskulmataajuus (1 piste) ja vaimennusvakio (1 piste).

Ratkaistaan nykyinen puolen tehon piste:

$$\left|\frac{3}{s^2+3s+3}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left|\frac{3}{(\mathrm{j}\omega)^2+3\mathrm{j}\omega+3}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{(3-\omega^2)^2+(3\omega)^2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \omega \approx 1{,}362$$

Siirretään puolen tehon kulmataajuus kohtaan $\omega = 10$ tekemällä sijoitus $s \rightarrow s\frac{1{,}362}{10}$:

$$\frac{3}{s^2+3s+3} = \frac{3}{(s\frac{1{,}362}{10})^2+3s\frac{1{,}362}{10}+3}$$

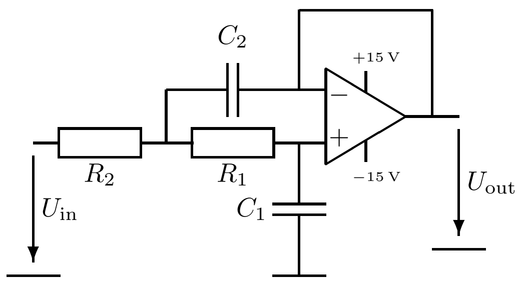
ja verrataan saatua funktiota toisen asteen alipäästöfunktion yleiseen muotoon:

$$\frac{3}{(s\frac{1{,}362}{10})^2+3s\frac{1{,}362}{10}+3} = \frac{1}{(s\frac{1{,}362}{10\sqrt{3}})^2+s\frac{1{,}362}{10}+1} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2}+2D\frac{s}{\omega_0}+1}$$

Tästä ratkeaa

$$\omega_0 = \frac{10\sqrt{3}}{1{,}362} \approx 12,7 \text{ ja } D = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Bonustehtävä (2 pistettä): Piirrä piirikaavio komponenttiarvoineen äsken mitoitetulle Bessel-suodattimelle.
Tässä toimii sama periaate kuin kotitehtävässä 11:



Valitsemalla vastukset yhtäsuuriksi $R_1 = R_2 = R$, pätee vaimennusvakiolle $D = \frac{1}{\sqrt{k}}$, missä $C_2 = kC_1$. Nyt $k = \frac{4}{3} \approx 1{,}33$. Valitaan C_1:n kooksi esimerkiksi $1\,\mu$F, jolloin $C_2 = 1{,}3\,\mu$F. Vastusten koko ratkeaa

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \Rightarrow R_1 = R_2 \approx 69\,\mathrm{k}\Omega.$$