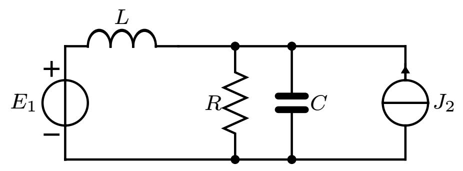
S-55.1220 Piirianalyysi 2 — **Tentti** 4.1.2007

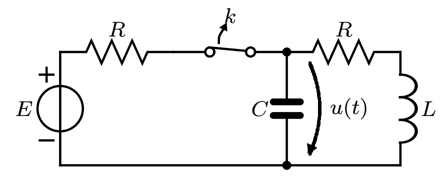
1.



Piiriä syöttää kaksi lähdettä, joilla on eri taajuudet. Kuinka suuri on lämmöksi muuttuva teho P? Piiri on jatkuvuustilassa.

$$R = 100\ \Omega \qquad L = 5\,\mu\mathrm{H} \qquad C = 500\,\mathrm{pF}$$
$$E_1 = 10\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \quad J_2 = 100\underline{/0^\circ}\,\mathrm{mA} \quad f_1 = 1\,\mathrm{MHz}$$
$$f_2 = 2\,\mathrm{MHz}.$$

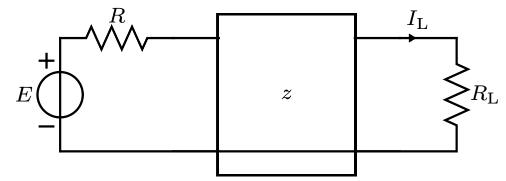
2.



Kytkin k avataan hetkellä $t = 0$, jota ennen piiri on jatkuvuustilassa. Laske jännite $u(t)$ ajan funktiona kytkimen avaamisen jälkeen.

$$R = 100\ \Omega \qquad L = 20\,\mathrm{mH} \quad E = 20\,\mathrm{V}$$
$$C = 12{,}5\,\mu\mathrm{F}.$$

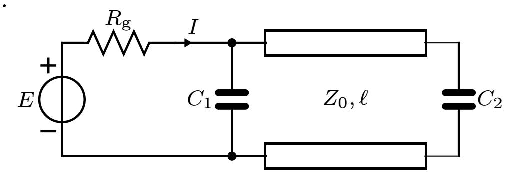
3.



Kuorma R_L kytketään z-parametreilla kuvatun piirin kautta sähköverkkoon oheisen kuvan mukaisesti. Laske virta I_L.

$$z_{11} = 4\ \Omega \qquad z_{12} = z_{21} = \mathrm{j}5\ \Omega \quad R_\mathrm{L} = 33\ \Omega$$
$$z_{22} = 67\ \Omega \quad E = 230\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \qquad R = 1\ \Omega.$$

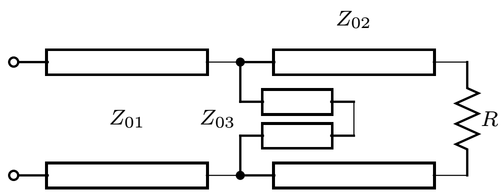
4.



Laske virta I.

$$Z_0 = 50\ \Omega \qquad R_\mathrm{g} = 50\ \Omega \qquad E = 10\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V}$$
$$C_1 = 400\,\mathrm{pF} \quad C_2 = 100\,\mathrm{pF} \quad \omega = 10^8\ \mathrm{rad/s}$$
$$\ell = \tfrac{\lambda}{4}\,.$$

5.



Valitse häviöttömien siirtojohtojen 2 ja 3 pituudet siten, että SAS häviöttömällä johdolla 1 on 1. Kaikki johdot ovat ilmaeristeisiä. Yksi oikea ratkaisu riittää.

$$R = 25\ \Omega \qquad f = 1\,\mathrm{GHz} \quad Z_{01} = 50\ \Omega$$
$$Z_{02} = 50\ \Omega \quad Z_{03} = 50\ \Omega.$$

Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi Smithin karttaan ja palauta se osana vastaustasi!

Tutkintosääntö antaa mahdollisuuden järjestää lisäharjoitusta niille opiskelijoille, jotka ovat saaneet kolmesti hylätyn arvosanan välikokeista tai tentistä. Tämä tarkoittaa sitä, että saatuaan kolme nollaa, opiskelijan on palautettava laskettuna 20 assistentin määräämää lisätehtävää ennen seuraavaan tenttiin tai välikokeeseen osallistumista. Välikokeet ja välikokeen uusinta tai uusintatilaisuudessa tehty tentti lasketaan yhdeksi yritykseksi. Yksittäinen välikoe lasketaan puolikkaaksi suorituskerraksi.

Läsnäolo koetilaisuudessa lasketaan yritykseksi, samoin tenttiin ilmoittautuminen.

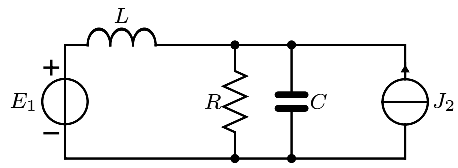
Laplace-muunnostaulukko

Määritelmä		
1.	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\mathrm{d}t$

Laplace-muunnoksen ominaisuuksia		
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
2.	$A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t)$	$A_1 F_1(s) + A_2 F_2(s)$
3.	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} f(t)$	$sF(s) - f(0)$
4.	$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n} f(t)$	$s^n F(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i} f^{(i-1)}(0)$
5.	$\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau$	$\frac{1}{s}F(s)$
6.	$(-t)^n f(t)$	$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}s^n} F(s)$
7.	$f(t-a)\varepsilon(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
8.	$f(t+a)$	$e^{as}(F(s) - \int_0^a e^{-st} f(t)\mathrm{d}t)$
9.	$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
10.	$f(at)$	$\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$
11.	jaksollinen funktio $f(t) = f(t+T)$	$\frac{F_1(s)}{1-e^{-sT}}$, $F_1(s) =$ yhden jakson muunnos.
12.	$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau$	$F_1(s)F_2(s)$
13.	$f(0^+) \; = \; \lim_{s\to\infty} sF(s)$	
14.	$f(\infty) \; = \; \lim_{s\to 0} sF(s)$, jos loppuarvo on olemassa	

Muunnospareja		
	$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
15.	$\delta(t)$	1
16.	$a\varepsilon(t)$	$\frac{a}{s}$
17.	t	$\frac{1}{s^2}$
18.	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
19.	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
20.	$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$
21.	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
22.	$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
23.	$\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
24.	$\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
25.	$e^{-at}\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
26.	$e^{-at}\cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$
27.	$\frac{e^{-at}t^n}{n!}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$
28.	$\frac{t}{2\omega}\sin(\omega t)$	$\frac{s}{(s^2+\omega^2)^2}$
29.	$[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi/\omega)]\sin(\omega t)$	$\left(1+e^{-\pi s/\omega}\right)\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$

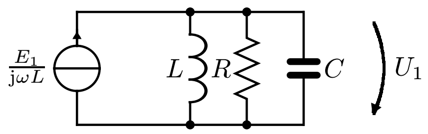
1.1



Piiriä syöttää kaksi lähdettä, joilla on eri taajuudet. Kuinka suuri on lämmöksi muuttuva teho P? Piiri on jatkuvuustilassa.

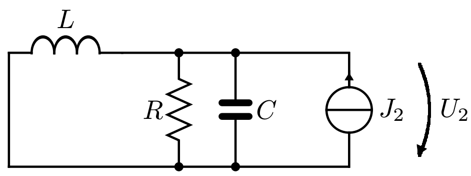
$$R = 100\ \Omega \qquad L = 5\,\mu\mathrm{H} \qquad C = 500\,\mathrm{pF}$$
$$E_1 = 10\underline{/0^\circ}\,\mathrm{V} \quad J_2 = 100\underline{/0^\circ}\,\mathrm{mA} \quad f_1 = 1\,\mathrm{MHz}$$
$$f_2 = 2\,\mathrm{MHz}.$$

Lasketaan kerrostamalla yksi taajuus kerrallaan.



$$U_1 = \frac{\frac{E_1}{\mathrm{j}\omega_1 L}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega_1 L} + \mathrm{j}\omega_1 C} = \frac{E_1 R}{\mathrm{j}\omega_1 L + R - \omega_1^2 RLC} = 10{,}477\underline{/-19{,}2^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$P_1 = \frac{|U_1|^2}{R} = 1{,}098\,\mathrm{W}$$

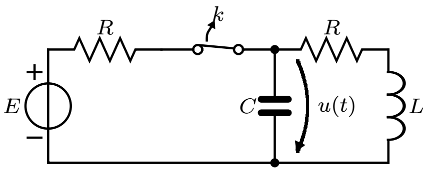


$$U_2 = \frac{J_2}{\frac{1}{R} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega_2 L} + \mathrm{j}\omega_2 C} = \frac{\mathrm{j}\omega_2 LRJ_2}{\mathrm{j}\omega_2 L + R - \omega_2^2 RLC} = 7{,}202\underline{/43{,}9^\circ}\,\mathrm{V}$$

$$P_2 = \frac{|U_2|^2}{R} = 0{,}519\,\mathrm{W}$$

$$P = P_1 + P_2 = 1{,}616\,\mathrm{W}$$

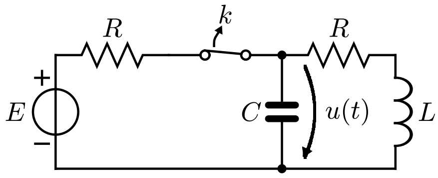
1.2



Kytkin k avataan hetkellä $t = 0$, jota ennen piiri on jatkuvuustilassa. Laske jännite $u(t)$ ajan funktiona kytkimen avaamisen jälkeen.

$$R = 100\ \Omega \qquad L = 20\,\mathrm{mH} \quad E = 20\,\mathrm{V}$$
$$C = 12{,}5\,\mu\mathrm{F}.$$

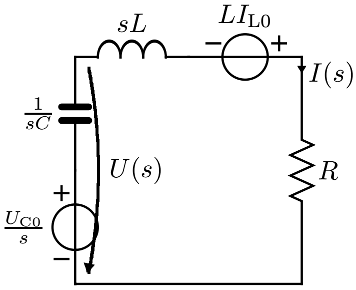
Lasketaan alkuarvot:



$$U_{C0} = E \cdot \frac{R}{R+R} = \frac{E}{2} = 10\,\mathrm{V}$$

$$I_{L0} = \frac{E}{2R} = 0{,}1\,\mathrm{A}$$

Piiri Laplace-muunnettuna



$$I(s) = \frac{\frac{U_{C0}}{s} + LI_{L0}}{\frac{1}{sC} + sL + R}$$

$$\begin{aligned}
U(s) &= \frac{U_{C0}}{s} - \frac{1}{sC}I(s) = \frac{U_{C0}}{s} - \frac{1}{sC} \cdot \frac{\frac{U_{C0}}{s} + LI_{L0}}{\frac{1}{sC} + sL + R} = \frac{U_{C0}}{s} - \frac{\frac{U_{C0}}{s} + LI_{L0}}{1 + s^2LC + sRC} \\
&= \frac{U_{C0}}{s} - \frac{U_{C0} + sLI_{L0}}{s(1 + s^2LC + sRC)} = \frac{U_{C0}(1 + s^2LC + sRC) - U_{C0} - sLI_{L0}}{s(1 + s^2LC + sRC)} \\
&= \frac{sU_{C0}LC + U_{C0}RC - LI_{L0}}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{sU_{C0} + U_{C0}\frac{R}{L} - \frac{I_{L0}}{C}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{10s + 42 \cdot 10^3}{s^2 + 5 \cdot 10^3 s + 4 \cdot 10^6}
\end{aligned}$$

Nimittäjän nollakohdat: $s_1 = -1000$ ja $s_2 = -4000$.

$$U(s) = \frac{10s + 42 \cdot 10^3}{(s+1000)(s+4000)} = \frac{A}{s+1000} + \frac{B}{s+4000}$$

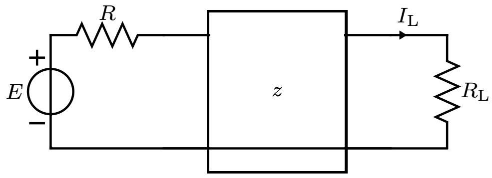
$$A = \lim_{s \to -1000} (s+1000) \cdot \frac{10s + 42 \cdot 10^3}{(s+1000)(s+4000)} = \frac{32}{3}$$

$$B = \lim_{s \to -4000} (s+4000) \cdot \frac{10s + 42 \cdot 10^3}{(s+1000)(s+4000)} = -\frac{2}{3}$$

$$U(s) = \frac{\frac{32}{3}}{s+1000} - \frac{\frac{2}{3}}{s+4000}$$

$$u(t) = \left(\frac{32}{3} \cdot e^{-1000t} - \frac{2}{3} \cdot e^{-4000t}\right)\,\mathrm{V},\ \text{kun } t \geq 0$$

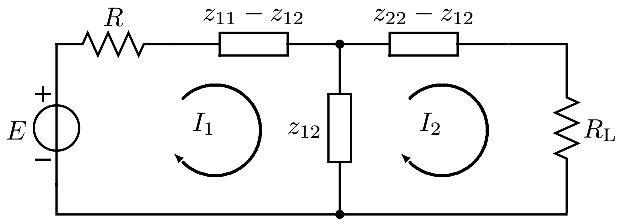
1.3



Kuorma R_L kytketään z-parametreilla kuvatun piirin kautta sähköverkkoon oheisen kuvan mukaisesti. Laske virta I_L.

$$z_{11} = 4\ \Omega \qquad z_{12} = z_{21} = \mathrm{j}5\ \Omega \qquad R_\mathrm{L} = 33\ \Omega$$
$$z_{22} = 67\ \Omega \qquad E = 230\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V} \qquad R = 1\ \Omega.$$

Koska piiri on resiprookkinen ($z_{12} = z_{21}$), voidaan käyttää yksinkertaista sijaiskytkentää.



Silmukkayhtälöt

$$\begin{bmatrix} R + z_{11} - z_{12} + z_{12} & -z_{12} \\ -z_{12} & R_\mathrm{L} + z_{22} - z_{12} + z_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -\mathrm{j}5 \\ -\mathrm{j}5 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230 \\ 0 \end{bmatrix}$$

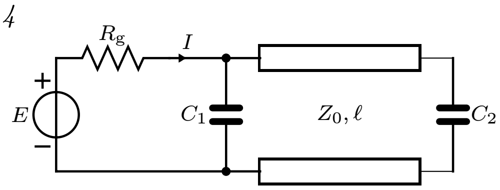
Ratkaistaan vastuksen R_L läpi kulkeva virta Cramerin säännöllä

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 230 \\ -\mathrm{j}5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -\mathrm{j}5 \\ -\mathrm{j}5 & 100 \end{vmatrix}} = \frac{\mathrm{j}1150}{525}\ \mathrm{A} \approx 2{,}19\underline{/90^\circ}\ \mathrm{A}$$

Vastuksessa kulkeva virta

$$I_\mathrm{L} = I_2 = 2{,}19\underline{/90^\circ}\ \mathrm{A}$$

1.4



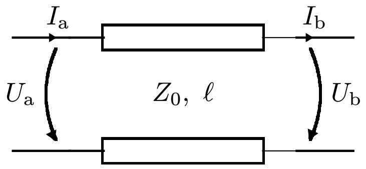
Laske virta I.

$Z_0 = 50\ \Omega \quad R_g = 50\ \Omega \quad E = 10\underline{/0^\circ}\ \mathrm{V}$

$C_1 = 400\,\mathrm{pF} \quad C_2 = 100\,\mathrm{pF} \quad \omega = 10^8\ \mathrm{rad/s}$

$\ell = \frac{\lambda}{4}$.

Häviöttömien siirtojohtojen yhtälöt:



$$\begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta\ell) & jZ_0 \sin(\beta\ell) \\ j\frac{1}{Z_0}\sin(\beta\ell) & \cos(\beta\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_b \\ I_b \end{bmatrix} \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Ratkaistaan johdon alkupäästä näkyvä admittanssi kun $\beta\ell = \frac{\pi}{2}$:

$$Y_{in} = \frac{I_a}{U_a} = \frac{j\frac{1}{Z_0}\sin(\beta\ell)U_b + \cos(\beta\ell)I_b}{\cos(\beta\ell)U_b + jZ_0\sin(\beta\ell)I_b} = \frac{\frac{1}{Z_0}U_b}{Z_0 I_b} = \frac{1}{{Z_0}^2 Y_L},$$

missä Y_L on johdon loppupään admittanssi.
Lasketaan kondensaattorien admittanssit:

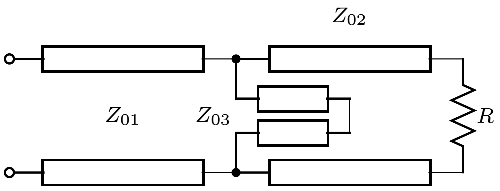
$$Y_L = Y_{C_2} = j\omega C_2 = j10\,\mathrm{mS} \quad \text{ja} \quad Y_{C_1} = j\omega C_1 = j40\,\mathrm{mS}$$

Kondensaattorien ja johdon kokonaisadmittanssiksi saadaan:

$$Y = Y_{in} + Y_{C_1} = \frac{1}{{Z_0}^2 Y_L} + Y_{C_1} = 0$$

Koska admittanssi on nolla, kondensaattorit ja siirtojohto edustavat avointa piiriä tällä taajuudella, eikä virtaa kulje. $\Rightarrow I = 0$.

1.5



Valitse häviöttömien siirtojohtojen 2 ja 3 pituudet siten, että SAS häviöttömällä johdolla 1 on 1. Kaikki johdot ovat ilmaeristeisiä. Yksi oikea ratkaisu riittää.

$$R = 25\ \Omega \qquad f = 1\,\mathrm{GHz} \qquad Z_{01} = 50\ \Omega$$
$$Z_{02} = 50\ \Omega \quad Z_{03} = 50\ \Omega.$$

Koska sovitus tehdaan rinnakkaisstubilla, käytetään inpedanssien sijasta admittansseja. Kuormakonduktanssi $G = \frac{1}{R} = 0,04$ S. Normalisoidaan konduktanssi jakamalla johdon ominaisadmittanssilla (=kerrotaan ominaisimpedanssilla Z_0.) $\Rightarrow g = 2$ Sijoitetaan saatu arvo Smithin diagrammille ja siirrytään generaattoriin päin kunnes admittanssin reaaliosa on tasan 1. Liikuttu matka on $S_2 = 0.348\lambda - 0.25\lambda = 0,098\lambda$ Imaginariosa on noin $-0,7$. Tarvitaan rinnakkaisstubi, jonka alkupäästä näkyvä admittanssi on $j0,7$. Kuljetaan oikosulkua vastaavasta kohdasta (admittanssi ääretön) generaattoriin päin kunnes päästään admittanssiin $j0,7$ Kuljettu matka $s_3 = 0,25\lambda + 0,098\lambda = 0,348\lambda$. Kun taajuus on 1 GHz, aallonpituus on 30 cm ja pituuksiksi saadaan $s_2 = 2,94\,\mathrm{cm}$ ja $s_3 = 10,44\,\mathrm{cm}$

Tässä tapauksessa olisi kyllä ollut parempi käyttää avointa stubia. Näin olisi rinnakkaisstubista tullut huomattavasti lyhyempi.