

Tentti, 29.8.2007

Merkitse paperiin selvästi: C3-II, tentti, päivämäärä, nimi, osasto, opintokirjan numero ja allekirjoituksesi.

Kokeessa ei saa käyttää taulukoita eikä laskimia. Perustele vastauksesi!

Tehtävä 1. Mitkä ovat matriisin

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja -vektorit?

Tehtävä 2. Laske e^{At} , kun

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Tehtävä 3a. Mitä tarkoittaa matriisien similaarisuus?

b. Etsi diagonaalimatriisi, jonka kanssa matriisi

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

on similaari.

Tehtävä 4. Ratkaise Laplace-muuntamalla tai tehtävän 2 avulla epähomogeeninen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t),$$

jossa \mathbf{A} on kuten tehtävässä 2 ja $u(t) = 1$, kun $t \geq 0$, muuten $= 0$. Alkuehto on $\mathbf{x} = (1, 1)^T$.

Tehtävä 5. Laske a. $\mathcal{L}(t^2 e^t)$ ja b. $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+7}{s^2+2s+5}\right)$.

$$e^{at} = \frac{1}{s-a}$$