

Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot !

Funktiolaskin sekä kaava- ja taulukkokokoelma (Mellin tai Laininen) ovat sallittuja apuvälineitä!

1. Urnassa on 3 valkoista ja 2 mustaa palloa. Poimitaan urnasta satunnaisesti pallo. Jos se on valkoinen niin urnaan laitetaan takaisin 2 valkoista palloa ja 1 musta pallo ja jos se on musta niin urnaan laitetaan takaisin 3 mustaa palloa ja 1 valkoinen. Tämän jälkeen poimitaan urnasta satunnaisesti uusi pallo ja jos se on valkoinen niin urnaan laitetaan takaisin 2 valkoista palloa ja 1 musta pallo ja jos se on musta niin urnaan laitetaan takaisin 3 mustaa palloa ja 1 valkoinen. Määritä tämän jälkeen urnassa olevien mustien pallojen lukumäärän pistetodennäköisyysfunktio. Käytä puuverkkoa.

2. Valheenpaljastuskoneen luotettavuudesta on käytettävissä seuraavat tiedot: Henkilö, joka valehtelee tulee oikein luokitelluksi valehtelijaksi todennäköisyydellä 0.9 ja henkilö, joka ei valehtelee tulee virheellisesti luokitelluksi valehtelijaksi todennäköisyydellä 0.05. Oletetaan, että valheenpaljastuskonetta käytetään ihmisjoukkoon, jossa 2% valehtelee. Mikä on todennäköisyys, että valehtelijaksi luokiteltu henkilö onkin rehellinen?

3. Erään kurssin harjoitustehtävissä on painovirheitä siten, että eri tehtävissä olevien virheiden lukumäärät ovat toisistaan riippumattomia, samalla tavalla jakautuneita ja jokaisessa tehtävässä on keskimäärin yksi painovirhe.

- (a) Miksi on järkevää olettaa, että virheiden lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa eikä eksponenttijakaumaa?
- (b) Mikä on todennäköisyys sille, että 50 tehtävässä on yhteensä vähintään 60 virhettä (oletta, että jakauma on Poisson-jakauma ja käytä normaaliapproksimaatiota)?

4. Kaksiulotteisen satunnaismuuttujan (X, Y) pistetodennäköisyysfunktio on

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{35}(5 - x), & 0 \leq y \leq x \leq 4, \quad x \text{ ja } y \text{ kokonaislukuja,} \\ 0 & \text{muulloin.} \end{cases}$$

- (a) Tarkista, että f_{XY} on pistetodennäköisyysfunktio.
- (b) Määritä $E(X|Y = 2)$.