

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.1410 Matematiikan peruskurssi P1, syksy 2006

Turunen

Välikoe 2. 20.11.2006 klo 16–19

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

1. Määritä (perustellen) ne pisteet $x \in \mathbb{R}$, joissa suppenee sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x/3)^k}{\sqrt{k}}.$$

2. a) Ratkaise $p \in \mathbb{R}$, kun tiedetään, että $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on jatkuva ja

$$g(x) = \begin{cases} (x-p)^3, & \text{kun } x < 0, \\ \frac{1-e^{2x}}{1-e^x}, & \text{kun } x > 0. \end{cases}$$

- b) Etsi yhtälön

$$x = \frac{1}{1+x^2}$$

ratkaisua kiintopisteiteraatiolla lähtien alkuarvauksesta $x_0 = 1/2$.
(Riittää, kun lasket luvut x_1 ja x_2 eli kaksi iteraatiokierrosta!)

3. a) Derivoi muuttujan x suhteen

$$\sin(\ln(1+x^2e^{3x})).$$

- b) Todista L'Hospitalin säännön avulla, että

$$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2},$$

jos funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ toinen derivaatta $f'' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on jatkuva.

4. a) Laske käyrän

$$x^6 + y^4 + y^2 = 21$$

tangenttisuoran yhtälö pisteessä $(x_0, y_0) = (1, 2)$
(muista myös tarkistaa, että piste on käyrällä!).

- b) Etsi yhtälön

$$x^5 + x^3 + x + 1 = 0$$

ratkaisua Newton-iteraation avulla lähtien alkuarvauksesta $x_0 = 0$.
(Riittää, kun lasket luvut x_1 ja x_2 eli kaksi iteraatiokierrosta!)