

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.1410 Matematiikan peruskurssi P1, syksy 2006

Turunen

Välikoe 1. 16.10.2006 klo 16–19

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

1. a) Sievennä kompleksiluku $\frac{4-2i}{3+i}$ muotoon $x+yi$, missä $x, y \in \mathbb{R}$.
b) Etsi yhtälön $z^2 + 4z + 5 = 0$ kaikki ratkaisut $z \in \mathbb{C}$.
[Vihje: sijoita $z = a + bi$ ja ratkaise $a, b \in \mathbb{R}$ silloin syntyvistä yhtälöistä.]
2. Olkoot $o, p, q, r \in \mathbb{R}^3$, missä pisteet $o = (0, 0, 0)$, $p = (2, 1, 2)$, $q = (3, 2, 2)$ ja $r = (4, 9, 8)$.
 - a) Laske ristitulo $a = p \times q$.
 - b) Etsi pistettä r lähin piste suoralta, joka sisältää pisteet a ja o .
 - c) Laske pisteen r etäisyys tasosta, joka sisältää pisteet o, p, q .
Mikä on pistettä r lähin piste tässä tasossa?
3. a) Laske $[A][B]$, kun

$$[A] = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad [B] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

- b) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x_1 - x_3 = -1 \\ 5x_1 + x_2 = 3 \\ x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}.$$

4. a) Olkoon $t \in \mathbb{R}$ vakio. Laske determinantti matriisille

$$[A] = \begin{bmatrix} t & 0 & 1 \\ 2 & t & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Millä vakion $t \in \mathbb{R}$ arvoilla matriisilla $[A]$ on käänteismatriisi?

- b) Laske $[A]^{-1}$, kun $t = 1$.