Teknillinen korkeakoulu Alestalo/Aro
Matematiikka

Mat-1.1420 Matematiikan peruskurssi P2

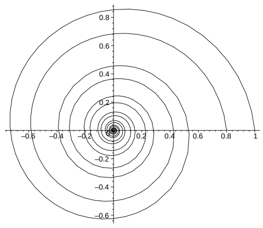
3. välikoe 7.5.2007

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja.

1. Määritä pinnan $z = \sin x + \cos y$
   a) kaltevuuskulma pisteessä $(0, 0, 1)$;
   b) suurin mahdollinen kaltevuuskulma.
   Lisätieto: Kaltevuuskulmalla tarkoitetaan pinnan ylänormaalin ja vektorin **k** välistä kulmaa.

2. Olkoot $x, y, z > 0$ ja $xyz = 1$. Osoita, että
   $$x + y + z \geq 3.$$
   Vihje: Tutki lausekkeen $x + y + z$ ääriarvoja ehdolla $xyz = 1$.

3. a) Olkoon
   $$D = \{(x, y) \mid x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + 2y \leq 4\}.$$
   Laske funktion $f(x, y) = x + y$ integraali tasoalueen D yli.
   b) Spiraalin kaaret $r = e^{-\theta/10}$ ja $r = (4/5) \cdot e^{-\theta/10}$, missä $0 \leq \theta \leq 2\pi$, rajaavat erään tasoalueen (napakoordinaattien avulla). Määritä sen pinta-ala.



4. a) R-säteisen pallon B lämpötila $T = T(\rho)$ laskee lineaarisesti keskipisteestä mitatun etäisyyden ρ funktiona arvosta 100 ($\rho = 0$) arvoon 0 ($\rho = R$). Määritä funktion $T(\rho)$ lauseke ja laske pallon keskilämpötila
   $$\frac{1}{V} \iiint_B T \, dV.$$
   b) Määritä ohuen R-säteisen puolipallonkuoren
   $$P = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = R^2,\ z \geq 0\}$$
   keskiön z-koordinaatti
   $$\bar{z} = \frac{1}{A} \iint_P z \, dS.$$
   Vihje: Oletetaan tunnetuksi, että $V = \frac{4\pi}{3} R^3$ ja $A = 2\pi R^2$. Pallon pinnalla $z = R \cos \varphi$.

Huom: Vastaa kurssin kotisivulla olevaan kyselyyn! Aikaa vielä loppuviikko.