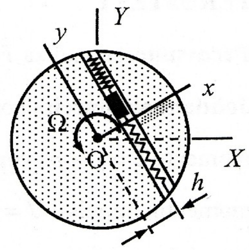
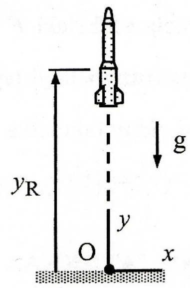
Kul-49.1100 Dynamiikka I, välikoe 1 06.03.2007

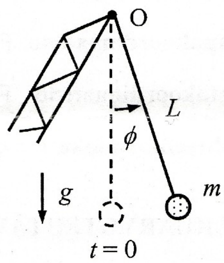
1. Kuvan levy on pyörimisliikkeessä kiinteän pisteen O ympäri vakiokulmavauhdilla Ω. Levyn urassa liikkuvan luistin (partikkeli) etäisyys x-akselista on $y(t) = h\sin(\omega t)$ (h ja ω ovat vakioita). Määritä luistin nopeus ja kiihtyvyys hetkellä $t = 0$ suhteellisen liikkeen kaavojen avulla. Esitä lausekkeet levyyn kiinnitetyn xyz-koordinaatiston kantavektoreiden $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ avulla.



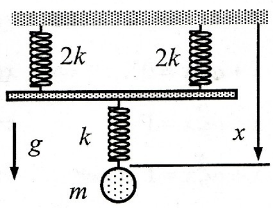
2. Testin aikana raketti (massa m) liikkuu suoraan ylöspäin vauhdilla v_H etäisyydellä H maan pinnalta, kun sen moottori sammuu. Määritä raketin etäisyyden maksimi H_{max} maan pinnalta ja raketin vauhti v_G sen osuessa maahan. Unohda ilmanvastus. Maan vetovoiman kiihtyvyys on vakio g.



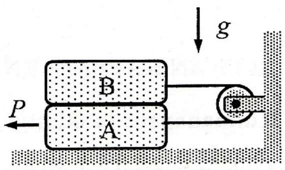
3. Murskauspallo (partikkeli, massa m) on kiinnitetty nosturiin venymättömällä ja massattomalla vaijerilla (pituus L). Kirjoita pallon liikeyhtälöt napakoordinaatistossa ja alkuarvotehtävä pallon kulma-asemalle ϕ. Ripustuspiste O ei liiku, $\phi = 0$ $t = 0$ ja pallo liikkuu oikealle vauhdilla v_0, kun $t = 0$.



4. Määritä kuvan partikkelin staattinen tasapainoasema x_s ja pienten värähtelyjen jaksonaika T. Oletetaan jouset ja tanko massattomiksi ja liike pystysuuntaiseksi. Tanko on ohut ja sen rotaatio on estetty. Kunkin jousen lepopituus on l_0.



5. Oletetaan, että vasemmalle vaikuttava voima P on niin suuri, että systeemi ei voi olla staattisessa tasapainossa. Mikä on tällöin alemman laatikon kiihtyvyys a ? Kummankin laatikon massa on m. Liikekitkakerroin on μ kaikille pinnoille. Köysi on venymätön, massaton ja kitkaton.



Kul-49.1100 Dynamiikka I; kaavoja

PERUSTEET

Perussuureet paikka $\vec{r}$ [m], aika t [s], voima $\vec{F}$ [N], massa m [kg]

Johdannaissuureita nopeus $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$, kiihtyvyys $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$, liikemäärä $\vec{p} = m\vec{v}$, liikemäärän momentti $\vec{L} = \vec{\rho} \times \vec{p}$, voiman momentti $\vec{M} = \vec{\rho} \times \vec{F}$, voiman impulssi $\vec{I} = \int_{\Delta t} \vec{F} dt$, voiman momentin impulssi $\vec{J} = \int_{\Delta t} \vec{\rho} \times \vec{F} dt$, liike-energia $T = mv^2/2$, voiman teho $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$, voiman työ $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int P dt$

Peruslait liikelaki $\vec{F} = m\vec{a}$, voiman ja vastavoiman laki $\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji}$

Konstitutiivisia yhteyksiä jousi $F = k(l - l_0)$, vaimennin $F = c\dot{l}$, gravitaatio $F = mg$, Coulombin liikekitka $F = \mu_k N$, Coulombin lepokitka $|F| \leq \mu_s N$, sysäysyhtälö $e = -(v_2' - v_1')/(v_2 - v_1)$

KINEMATIIKKAA ERI KOORDINAATISTOISSA

Karteesinen koordinaatisto $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ & $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$ & $\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$

Napakoordinaatisto $\vec{r} = r\vec{e}_r$ & $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\phi}\vec{e}_\phi$ & $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi})\vec{e}_\phi$

Ratakoordinaatisto $\vec{v} = \dot{s}\,\vec{e}_t$ & $\vec{a} = (\dot{s}^2/\rho)\vec{e}_n + \ddot{s}\,\vec{e}_t$

Suhteellinen liike $\vec{r} = \vec{r}_O + \vec{\rho}$ & $\vec{v} = \vec{v}_O + \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{\rho}$ & $\vec{a} = \vec{a}_O + \vec{a}_r + \vec{\alpha} \times \vec{\rho} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}) + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r$

ALKUARVOTEHTÄVIEN RATKAISUJA

Diff. yht. $t > 0$ & $x(0) = x_0$ & $\dot{x}(0) = v_0$ $\Leftrightarrow$ ratkaisu

$\ddot{x} = a_0$ ... $\Leftrightarrow$ $x(t) = x_0 + v_0 t + a_0 t^2/2$

$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$ ... $\Leftrightarrow$ $x(t) = x_0 \cos\omega_n t + v_0/\omega_n \cdot \sin\omega_n t$

$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \Gamma$ ... $\Leftrightarrow$ $x(t) = (x_0 - \Gamma/\omega_n^2)\cos\omega_n t + v_0/\omega_n \cdot \sin\omega_n t + \Gamma/\omega_n^2$

$\ddot{x} + \omega_n^2 x = \Gamma\cos\omega t$ ... $\Leftrightarrow$ $x(t) = x_0 \cos\omega_n t + v_0/\omega_n \cdot \sin\omega_n t + \Gamma(\cos\omega t - \cos\omega_n t)/(\omega_n^2 - \omega^2)$

$\ddot{x} \pm \alpha \sin x = 0$ ... $\Leftrightarrow$ $\dot{x}^2/2 \mp \alpha\cos x = \dot{x}_0^2/2 \mp \alpha\cos x_0$

JÄYKÄN KAPPALEEN TASOLIIKE (*XY/xy*-tasossa)

Kulmanopeus ja -kiihtyvyys $\vec{\omega} = \dot{\theta}\vec{k} = \dot{\theta}\vec{K}$ & $\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}}$

Jäykän kappaleen partikkelin liike $\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{\rho}_{AP}$ & $\vec{a}_P = \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{\rho}_{AP} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_{AP})$

Kontaktityyppejä nivel $\vec{v}_P = \vec{v}_{P'}$ & $\vec{a}_P = \vec{a}_{P'}$, vieriminen $\vec{v}_P = \vec{v}_{P'}$, liukuminen $\vec{n} \cdot \vec{v}_P = \vec{n} \cdot \vec{v}_{P'}$

Translaatio liikeyhtälöt $\vec{F} = m\vec{a}_C$ & $\vec{M}_C = 0$

Rotaatio liikeyhtälöt $\vec{F} = m\vec{a}_C = m(\dot{\vec{\omega}} \times \vec{\rho}_{AC} - \omega^2 \vec{\rho}_{AC})$ & $\vec{M}_A = I_A \dot{\vec{\omega}}$ (A kiinteä)

Yleinen tasoliike liikeyhtälöt $\vec{F} = m\vec{a}_C$ & $\vec{M}_C = I_C \dot{\vec{\omega}}$