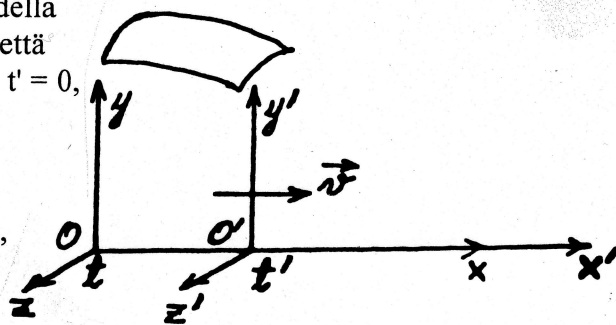


1. $O'x'y'z't'$ -koordinaatisto kulkee suurella vakionopeudella $\vec{v}$ (inertiaalisen) $Oxyz$ -koordinaatiston suhteen siten, että x' - ja x -akselit ovat päällekkäin (kuva 1). Hetkellä $t = t' = 0$, jolloin O' kohtaa O :n, lähetetään yhteisestä origosta valopulssi, joka lähtee etenemään valon nopeudella palloaaltorintamana. Olettamalla, että muunnos koordinaatistojen välillä on lineaarinen, $x' = k(x - vt)$, $y' = y$, $z' = z$ ja $t' = a(t - bx)$, johda Lorentz-muunnosyhtälöt. (7 p.)



Kuva 1

2. a) Hiukkanen liikkuu suurella nopeudella $\vec{u}'$ $O'x'y'z't'$ -koordinaatistossa (kuva 2). $O'x'y'z't'$ -koordinaatisto puolestaan liikkuu suurella vakionopeudella $\vec{v} = v\vec{i}$ $Oxyz$ -koordinaatistoon nähden ($t = t' = 0$, kun O ja O' ovat päällekkäin). Johda $Oxyz$ -koordinaatistossa mitatulle hiukkasen nopeudelle $\vec{u}$ lauseke käyttäen käänteisiä Lorentz-muunnosyhtälöitä

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2), \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

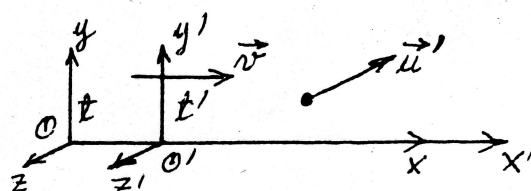
(c on valon nopeuden itseisarvo).

b) Oletetaan, että

$$\vec{v} = (1 - \epsilon_1)c\vec{i} \quad \text{ja} \quad \vec{u}' = (1 - \epsilon_2)c\vec{i}'$$

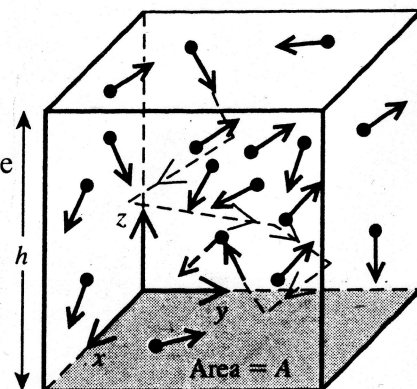
($\vec{i} = \vec{i}'$, ϵ_1 ja ϵ_2 ovat pieniä positiivisia lukuja). Laske a)-kohdan lauseketta käyttäen hiukkasen nopeus $\vec{u}$ $Oxyz$ -koordinaatistossa. Ylittääkö $|\vec{u}|$ valon nopeuden c ?

c) Oleta, että hiukkanen on fotonin eli sen nopeus $\vec{u}' = c\vec{i}'$. Mikä on fotonin nopeus $Oxyz$ -koordinaatistossa? Säilyykö tämän tuloksen mukaan valon nopeus samana koordinaatistosta toiseen? (7 p.)



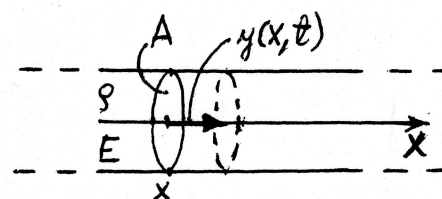
Kuva 2

3. Tarkastellaan ideaalikaasua, jossa m -massaiset hiukkaset lentävät lähes valon nopeudella [$u = (1 - \epsilon)c$], missä ϵ on pieni. Johda kaasulle tilanyhtälö olettamalla, että hiukkaset törmäävät elastisesti säiliön seinämiin (säiliön pohjan pinta-ala = A , ja korkeus = h , kuva 3). Totea, että saamasi tilanyhtälö on konsistentti Boyle-Mariotten lain kanssa. (8 p.)



Kuva 3

4. Tarkastellaan homogeenisen sauvan pitkittäistä aaltoliikettä. Sauvan poikkipinta on kaikkialla sama ja sen pinta-ala = A . Sauvan tiheys = ρ (vakio) ja sauvan Yongin moduli = E . Merkitään pitkittäistä siirtymää (kenttäkoordinaattia) x -akselin suunnassa $y(x, t)$:llä (kuva 4). Johda liikeyhtälö $y(x, t)$:lle olettaen, että $y(x, t)$ säilyy pienenä. Ohje: Poikkipintaan kohdistuva (sisäinen) voima F määräytyy yhtälöstä $F = AE \frac{\partial y}{\partial x}$. (8 p.)



Kuva 4