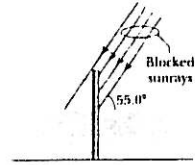


1. Syvyydeltään 1,5 m:n altaan vaakapohjaan on kiinnitetty pystysuoraan 2 m:n keppi, johon valo osuu 55° kulmassa horisontin suhteen. Veden taitekerroin on 4/3. Laske kepin varjon pituus VP altaan pohjassa.

Kuva 1



2. Professori P aloittaa tentin Maassa hetkellä $t = 0$, mutta hajamielisyyksissään lähteekin samalla hetkellä virkamatkalle kohti naapuritähteä vakiovauhdilla $0,8c$ (c on valon nopeus). a) Laske P:n Lorentzin kerroin. Matkattuaan oman kellonsa mukaan tunnin (1 h), P muistaakin valvovansa tenttiä. b) Osoita, että tentti on tällöin kestänyt Maa-koordinaatiston vastinkellon mukaan jo 1 h 40 min. c) Kuinka kaukana P on tällöin Maasta? P lähettää heti liikkuvasta aluksestaan Maahan valosignaalin tentin loppumerkiksi. Tentti loppuu, kun signaali saavuttaa Maan. d) Mikä on lähetetyn signaalin nopeus Maan suhteen ja P:n suhteen? e) Kuinka kauan signaalin paluu Maahan kestää Maa-havaintsijan mielestä? f) Kauanko tentti Maassa kestää?

Kuva 2 $x' = \gamma(x - vt)$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \gamma(t - vx/c^2)$, $\Delta t = \gamma \Delta t_0$, $L = L_0 / \gamma$, $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$

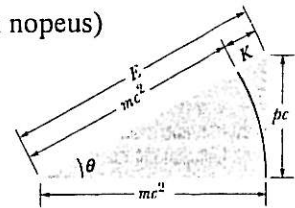
3. a) Osoita lähtien suhteellisuusteoreettisesta kokonaisenergian lausekkeesta, että hiukkasen massa saadaan liike-energian ja liikemäärän avulla lausekkeesta (c on valon nopeus)

$$m = \frac{(pc)^2 - K^2}{2Kc^2}$$

Kuva 3

TABLE 38-3 The Energy Equivalents of a Few Objects

Object	Mass (kg)	Energy Equivalent	
Electron	9.11×10^{-31}	8.19×10^{-14} J	(= 511 keV)
Proton	1.67×10^{-27}	1.50×10^{-10} J	(= 938 MeV)
Uranium atom	3.95×10^{-25}	3.55×10^{-8} J	(= 225 GeV)
Dust particle	1×10^{-13}	1×10^4 J	(= 2 kcal)
U.S. penny	3.1×10^{-3}	2.8×10^{14} J	(= 78 GW · h)



- 464 MeV liike-energialla liikkuvan vapaan hiukkasen H liikemäärä on 1042 MeV/c. b) Mistä hiukkasesta (massaltaan) on kysymys kuvan taulukon perusteella (elektroni, protoni, uraaniatomi, pöly, kolikko)? Laske H:n c) kokonaisenergia (yksiköissä MeV) sekä d) Lorentzin kerroin ja H:n nopeus (c :n avulla lausuttuna). e) H törmää ja tarttuu liikkumattomaan suureen seinään. Paljonko seinän massa kasvaa yksiköissä m_p eli protonin massan $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$ avulla lausuttuna?

4. Hiukkanen, jonka massa on m ja kokonaisenergia E , etenee potentiaalienergiakynnyksessä $U_0 = \text{vakio}$ (kun $x > 0$; kun $x < 0$, on $U = 0$) x -akselin positiiviseen suuntaan (oikealle) siten, että $0 < E < U_0$.

- a) Osoita, että ajasta riippumaton Schrödingerin yhtälö toteutuu aaltoluvulla $k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_0 - E)}{h^2}}$.

- b) Osoita, että hiukkasen löytymisen todennäköisyys tiheys etäisyydellä x kynnyksen alusta noudattaa yhtälöä $P(x, E) = P_0 e^{-2kx} = P_0 e^{-x/\ell}$, missä on myös määritelty tunkeutumissyvyys ℓ , jota voidaan käyttää mittana hiukkasen tunkeutumismatkan arviointiin. c) Laske ℓ :n lauseke. Elektroni, jonka energia on 5 eV, lähestyy potentiaalienergiakynnystä (korkeus 6 eV), johon se törmää. d) Miksi klassisesti elektronin ei pitäisi päästä ollenkaan läpi kynnykseen? e) Kuinka syvälle ℓ kynnykseen elektroni tunkeutuu? (Anna vastaus nanometreissä, 10^{-9} m.)

5. Kvanttimekaaninen hiukkanen (massa on m) liikkuu x -akselilla syvässä potentiaalienergiakuopassa, jonka leveys on L ($U = 0$ välillä $0 < x < L$, muualla $U = \infty$). a) Perustele, miksi voidaan sanoa, että kuopan seinät ovat "kovia". b) Mikä on probleeman tilanfunktion ψ laatu (SI-järjestelmässä)? c) Osoita, että Hamiltonin (energia)operaattorin ominaisfunktiot ovat muotoa $\psi = u = A \sin(kx)$. d) Laske k kvanttiluvun n ja L :n avulla. e) Osoita, että tilassa $\psi = u_n$ olevan hiukkasen energia on muotoa $n^2 \cdot E_1$, missä E_1 on perustilan (kvanttiluku $n = 1$) energia. Laske E_1 L :n avulla. f) Laske n :n ja L :n avulla hiukkasen (edestakainen) nopeus (itseisarvo).

Kuva 4, 5 $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(x)] \psi = 0$

$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 511 \text{ keV}/c^2$, $m_n \approx m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938 \text{ MeV}/c^2$, $h = 2\pi\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}/c$.

Opiskelijanumero (myös kirjain), nimi, koulutusohjelma, opintojakson koodi ja kokeen päivämäärä jokaiseen suorituspaperiin.