

Tfy-0.2011 Fysiikka IIIA

Tentti, 30.8.2007

Hakola, Kurki-Suonio

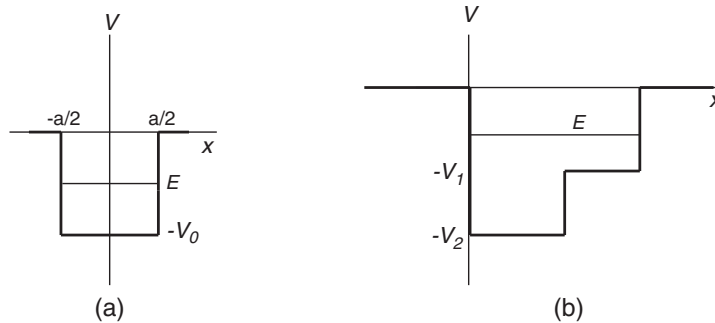
Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

Vaihtoehto A: vastaan **jokaiseen** tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy tämän tentin perusteella eikä laskuharjoituspisteitä oteta huomioon.

Vaihtoehto B: vastaan valintani mukaan korkeintaan **neljään** tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteitten perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta B huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon A mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia.

1. a) Hiukkanen, jonka massa on m ja energia E , on joutunut kuvan (a) mukaiseen yksiulotteiseen potentiaaliukuoppaan. Kuopan syvyys on V_0 ja leveys a . Ratkaise Schrödingerin yhtälö eri alueissa tapauksessa $-V_0 < E < 0$. Aaltofunktioiden lausekkeet riittävät vastaukseksi, määräämättömien kertoimien arvoja ei tarvitse selvittää. (4p)
- b) Sovella a)-kohdan tuloksia tilanteeseen, jossa hiukkanen majoileekin kuvan (b) mukaisessa potentiaaliukuopassa, ja piirrä huolellisesti hiukkasen aaltofunktio tapauksessa $-V_1 < E < 0$. Kiinnitä piirtäessäsi erityistä huomiota reuna- ja jatkuvuusehtoihin sekä aaltofunktion amplitudiin! (4p)



2. a) Kurssin aikana on moneen otteeseen puhuttu atomeista ja niiden tutkimisesta. Kerro, min-kälaisia eri menetelmiä on tarjolla atomien fysikaalisten ominaisuuksien selvittämiseen ja mitä tietoa kukin niistä pystyy atomista tarjoamaan. Ripottele vastauksesi joukkoon joitain mitattavien suureiden keskeisiä lukuaroja, jotta kriittisinkin lukija olisi tyytyväinen! (4p)
- b) Vaikka käytössäsi olisi kuinka tarkka mittalaitteisto hyvänsä, kaikkea et pysty saamaan selville, vaan luonto haluaa hieman varjella salaisuuksiaan. Tarkastele tämän filosofian pohjalta epästabiliin ${}^5\text{He}$ -ytimen hajoamista α -hiukkaseksi (${}^4\text{He}$ -atomin ydin) ja neutroniksi. Prosessi tapahtuu noin 10^{-21} sekunnissa, ja siinä vapautuu energiaa noin 1 MeV, joka jakautuu syntyvien hiukkasten liike-energioiksi. Laske syntyvän neutronin liike-energia ja energiaspekttrin leveys, kun oletetaan ${}^5\text{He}$ -ytimen olevan alunperin levossa. Voit käyttää epärelativistista energiaa ja liikemäärän välistä relaatiota. (4p)
 $APUA: h \approx 7 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, m_n \approx 1000 \text{ MeV}/c^2, m_\alpha \approx 4000 \text{ MeV}/c^2, c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, 1 \text{ eV} \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$

3. Alla olevat kysymykset liittyvät kaikki vetyatomiin.

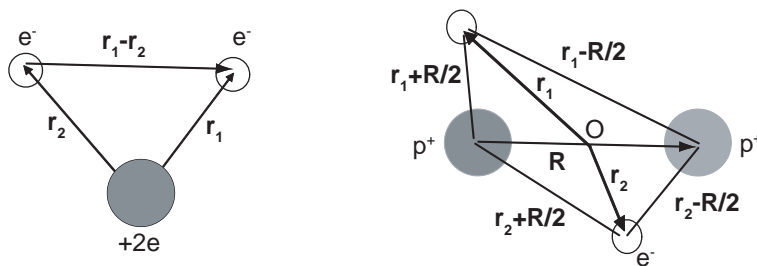
- a) Niels Bohr muotoili nimeään kantavan mallin vetyatomille jo 1900-luvun alussa. Miten Bohrin malli pystyi selittämään vetyatomin emissio- ja absorptiospekttrin? (2p)
- b) Bohrin mallissa revitään aikamoinen kasa oletuksia hihasta ja hatusta. Miten kvanttimekaniikan formalismi antaa Bohrin hihaoletukset ihan luonnollisina tuloksina — eikä pakota meitä menemään kauppaan ostamaan valtavan isoa stetsonia? (2p)

KÄÄNNÄ

- c) Vetyatomin viisi ensimmäistä aaltofunktiota ovat: $\psi_{100}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$,
 $\psi_{200}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/(2a_0)}$, $\psi_{210}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \cos \theta$
ja $\psi_{21, \pm 1}(r, \theta, \phi) = \mp \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \sin \theta e^{\pm i\phi}$. Selitä yksityiskohtaisesti kaikki aaltofunktioiden lausekkeissa olevat merkinnät ja symbolit ja kerro, minkälaista informaatiota aaltofunktiot pitävät sisällään. Keskity tarinassasi todennäköisyyksiin, kulmalii kemäärään sekä tilojen energiaan. (4p)

4. Tässä tehtävässä tarkastellaan atomien ja molekyylien aaltofunktioita keskeiskenttäapproksimaation pohjalta eli olettamalla, että kokonaisaaltofunktio muodostuu tavalla tai toisella yksittäisiä elektroneja kuvaavista aaltofunktioista. Apunasi voit käyttää alla olevia kuvia.

- a) Kirjoita heliumatomien perustilan aaltofunktion lauseke yksittäisten elektronien rata- ja spinaaltofunktioiden avulla. Älä unohda, että aaltofunktion pitää täyttää tietyt symmetriavaatimukset, on oltava normitettu ja on toteutettava Paulin kieltoääntö. Miten ensimmäisen viritystilän (elektronikonfiguraatio $1s2s$) aaltofunktio eroaa juuri kirjoittamastasi perustilan aaltofunktiosta? (4p)
- b) Kirjoita vetymolekyylin ensimmäisen sitovan molekyyliorbitaalin aaltofunktio vetyatomien rata-aaltofunktioiden sekä yksittäisten elektronien spinaaltofunktioiden avulla. Älä unohda, että aaltofunktion pitää täyttää tietyt symmetriavaatimukset, on oltava normitettu ja on toteutettava Paulin kieltoääntö. Minkälaisen lausekkeen saat ensimmäistä hajottavaa molekyyliorbitaalia kuvaavalle aaltofunktiolle? (4p)



5. Arvostettu tiedejulkaisu "Journal of Inexplicable Physics" on lähettänyt sinulle tunnetun tiedemiehen, P. Ropellin uusimman käsikirjoituksen vertaisarvioitavaksi. Ropelli on tutkinut magneettikentässä olevia atomeja jo 40 vuoden ajan, mutta muiden fyysikoiden mielestä hänen ideansa ja teorianensa ovat aina olleet joko omituisia tai selkeästi väärin. Ropellin tämänkertainen tuotos, "Novel interpretation of the weak-field Zeeman effect", käsittelee heikossa magneettikentässä tapahtuvaa atomien spektriviivojen hajoamista osiin. Ropelli kirjoittaa käsikirjoituksensa tiivistelmässä:

"Yleisesti tunnettu tosiseikka on, että atomien absorptioviivat hajoavat osiin magneettikentässä. Tämä hajoaminen tapahtuu kahdella eri tavalla riippuen siitä, onko magneettikenttä vahva vai heikko. Heikossa kentässä spektriviivat hajoavat aina kolmeen osaan, kun taas vahvassa kentässä hajoamisessa syntyy 6 viivaa. Tähän mennessä tällaiselle käyttäytymiselle ei ole esitetty kunnollista teoreettista mallia. Tässä artikkelissa osoitan kvanttifysikaalis-matemaattisesti, että heikossa kentässä spinillä ei ole mitään vaikutusta lopputulokseen, vaan spin on puhtaasti suuriin sähkö- ja magneettikenttiin liittyvä ilmiö. Lisäksi analyysini osoittaa, että samaan tulokseen päästään klassista fysiikkaa käyttämällä. Kehittämäni mallin avulla saan laskettua lukuarvon heikon ja vahvan kentän rajalle, joka on kaikille atomeille $B_{th} = 9,7 \cdot 10^{-15}$ T. Lisäksi tarkastelen esimerkkinä keltaisen valon alueelle sijoittuvaa natriumin $3p \rightarrow 2s$ -transitiota vastaavaa spektriviivaa ($\lambda = 589,0$ nm) ja osoitan, että heikossa magneettikentässä syntyvien kolmen spektriviivan välimatka on vähintään 100 nm suuruinen."

Jo tämän tiivistelmän perusteella tiedät artikkelin olevan täyttä tuubaa. Kirjoita anonyymisti kohteliais mutta kuitenkin yksityiskohtaisen tyrmäävä lausunto käsikirjoituksesta niin, että lehden päätoimittaja pysyy lähettämään sen edelleen Ropellille. (8p)