

Mat-1.1310 Peruskurssi K1

1. välikoe 16.10.2006

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kysessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. (a) Määritä kompleksiluku $z = \frac{2-i}{t+i}$, kun tiedetään, että $t \in \mathbb{R}$ ja z on puhtaasti imaginaarinen (eli $\text{Re}(z) = 0$). Esitä z muodossa $a+bi$, jossa $a, b \in \mathbb{R}$ ja i imaginaariyksikkö ($i^2 = -1$).
- (b) Laske \sqrt{i} :n kaikki arvot.

2. Muodosta standardiesitys \mathbb{R}^3 :n suoralle

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 4. \end{cases}$$

3. Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 2-\alpha \\ -5 & 2 & 13 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & -10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 27 \\ 16 \\ -5 \\ \beta-5 \end{pmatrix}.$$

Tutki yhtälöryhmän $Ax = b$ ratkaisujen lukumäärää lukujen α, β eri arvoilla.

4. Laske etäisyydet \mathbb{R}^3 :ssa:

(a) pisteestä $i + 2j$ tasoon $3x - 4y - 5z = 2$.

(b) suorien L_1 ja L_2 välillä jossa

- L_1 : kulkee pisteen $(1, 2, 3)$ kautta ja on vektorin $2i - 3j - 4k$ suuntainen.
- L_2 : kulkee pisteen $-i + k$ kautta ja on kohtisuorassa vasten tasoa $2x - y + 7z = 12$.

$|P_1 P_2 \cdot n|$

$|n|$

$|P_1 P_2 \cdot (v_1 \times v_2)|$

$|v_1 \times v_2|$

Mat-1.1310 Basic course in mathematics K1

1. midterm exam 16.10.2006

Please fill in clearly on every sheet the data on you and the examination. On Examination code mark course code, title and text mid-term or final examination. Study programmes are ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

During the exam only a function calculator (non-programmable, non-graphical) is allowed. Time to complete the exam is 3 hours.

1. (a) Find the complex number $z = \frac{2-i}{t+i}$, when it is known that $t \in \mathbb{R}$ and z is purely imaginary (i.e. $\text{Re}(z) = 0$). Present z in the form $a+bi$, where $a, b \in \mathbb{R}$ and i is the imaginary unit ($i^2 = -1$).
- (b) Calculate all values of \sqrt{i} .

2. Give the standard form of the line in \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 4. \end{cases}$$

3. Let

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 2-\alpha \\ -5 & 2 & 13 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & 4 & -10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 27 \\ 16 \\ -5 \\ \beta-5 \end{pmatrix}.$$

What is the number of the solutions of the system $Ax = b$ with different α, β ?

4. Compute the following distances in \mathbb{R}^3 .

(a) from the point $i + 2j$ to the plane $3x - 4y - 5z = 2$.

(b) between the lines L_1 ja L_2 where

L_1 : passes through the point $(1, 2, 3)$ and is parallel to the vector $2i - 3j - 4k$.

L_2 : passes through the point $-i + k$ and is perpendicular to the plane $2x - y + 7z = 12$.