

Hakola, Kurki-Suonio

Kurssin voi suorittaa vaihtoehdon A tai B mukaisesti.

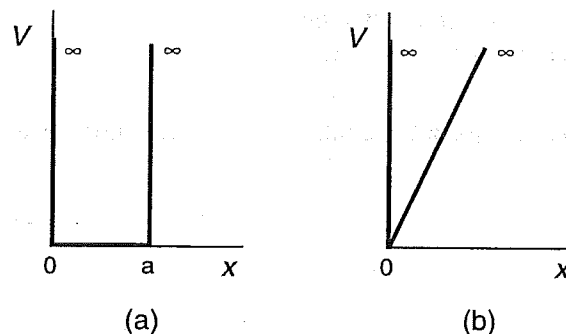
Vaihtoehto A: vastaan jokaiseen tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy tämän tentin perusteella eikä laskuharjoituspisteitä oteta huomioon.

Vaihtoehto B: vastaan valintani mukaan korkeintaan neljään tehtävään; kurssiarvosanani määräytyy sekä tämän tentin että laskuharjoituspisteitteni perusteella.

Kirjoita jokaiseen palauttamaasi paperiin, kumman vaihtoehdon olet valinnut! Mikäli tämä ei käy selvästi ilmi tai vaihtoehdosta B huolimatta vastaat viiteen tehtävään, koe arvostellaan vaihtoehdon A mukaisesti. Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä mitään apumateriaalia.

1. Tarkastellaan alla olevan kuvan (a)-kohdan mukaisessa äärettömässä potentiaalikuopassa asustele-
vaa hiukkasta. Hiukkasen massa on m ja energia E ja kuopan leveys on a .

- a) Kirjoita ja ratkaise ajasta riippumaton Schrödingerin yhtälö ja selvitä perustilan sekä ensimmäisen virittyneen tilan normitettut aaltofunktiot ja energiat. Piirrä aaltofunktioiden kuvaajat. (5p)
- b) Yhtäkkiä potentiaalikuopan oikea reuna nyrjähtää vinoon niin, että kuopasta tulee kuvan (b)-
kohdan näköinen. Ratkaisematta Schrödingerin yhtälöä hahmottele perustellen näkyviin joi-
denkin energian ominaistilojen aaltofunktion kuvaajia. (3p)



2. Yksi Fysiikka III -kurssien oppimistavoitteista on tieteellisen teorian erottaminen humpuukista. Nettisivulta <http://www.utele.org/utele/> löytyy ns. UTELE-teoria, jonka kehittäjän, maisteri Jorma Saarnin mukaan ”merkittävä osa Einsteinin teorioista ei kestä syvempää tieteellistä tarkastelua, vaan joutuu oikeastaan jo alkumetreillä UTELE-teorian valossa suuriin vaikeuksiin”. Alla suora lainaus UTELE-sivulla esitellystä atomimallista:

”Kaikki materia ja antimateria muodostuvat ainehiukkasten osalta vain kahdesta hiukkasesta — elektronista ja positronista. Tämä tarkoittaa myös sitä, että kvarkkeja ei ole olemassa. Elektronit ja sen antihiukkanen positronit voivat muodostaa hyvin erilaisia kokonaisuuksia asettumalla atomissa eri tiloihin ja eri tavalla toistensa suhteen. Ne voivat muodostaa sekä materiaa että antimateriaa. Neutronit ja protonit eivät ole primäärisiä hiukkasia, vaan niillä on sisäinen rakenne. Protonit rakentuu aineen osalta positroni-hiukkasesta. Vastaavasti vety muodostuu aineen osalta elektronista ja positronista. Neutronit rakentuu myös aineen osalta näistä kahdesta hiukkasesta. Neutronit on tietenkin ulospäin sähköisesti neutraali, koska sen sisällä on toisilleen vastakkaiset hiukkaset — elektronit ja positronit.”

Mitä voit tämän katkelman perusteella sanoa Saarnin teorian tieteellisyydestä? Kiinnitä erityistä huomiota tieteellisen teorian kriteereihin. (4p)

KÄÄNNÄ

Kurssilla olemme puhuneet hieman toisenlaisesta atomimallista. Kerro miten kvanttimekaaninen atomimalli selittää vetyatomien rakenteen ilman mitään hihaoletuksia tai perustelemattomia väitteitä. Millä tavoin voimme tutkia tämän mallin antamia ennusteita (i) atomin säteelle ja (ii) atomin energiatilarakenteelle? (4p)

3. a) Vetyatomien perustilan aaltofunktio on $\psi_{100}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$. Millä todennäköisyydellä tässä tilassa oleva elektroni sijaitsee välillä $0 < r < a_0$? Muista osittaisintegrointi! (3p)

b) Laske odotusarvo $\langle r \rangle$ vetyatomien perustilalle. Apua voit hakea koepaperin lopusta. (1,5p)

c) Vetyatomien neljän ensimmäisen virittyneen tilan aaltofunktiot ovat

$$\psi_{200}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/(2a_0)}, \psi_{210}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \cos \theta$$

ja $\psi_{21, \pm 1}(r, \theta, \phi) = \mp \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)} \sin \theta e^{\pm i\phi}$. Tietyllä ajanhetkellä t_0 vetyatomi on päätyntynyt tilaan

$$\Psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} [\psi_{100} + \psi_{210}] + \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{211}.$$

Mitä kaikkea voit sanoa vetyatomien kulmaliiikemäärästä ja energiasta, kun rupeat mittaamaan niitä? (3,5p)

4. Tämän tehtävän kaikki kohdat liittyvät spiniin ja sen ihmeellisyyksiin. Vastaa kysymyksiin lyhyesti ja ytimekkäästi mutta kuitenkin tieteellisen täsmällisesti kvanttimekaniikkaa apunasi käyttäen.

a) Kerro, mikä spin oikein on ja mitkä kummalliset koetulokset aikoinaan johtivat spin-käsitteen postuloimiseen. (2p)

b) Entä mitä kaikkea tekemistä spinillä on alkuaineiden jaksollisen järjestelmän kanssa? (2p)

c) No mitäs tekemistä spinillä sitten on heliumatomien kahden eri ilmenemismuodon — orto- ja paraheliumin — kanssa? Mitä tarkoittavat tässä yhteydessä esiintyvät käsitteet singletti- ja triplettitila? (2p)

d) Ja lopuksi: miten spinin huomioonottaminen pystyy selittämään vetyatomien spektriviivojen hienorakenteen? (2p)

5. a) Selitä, miten ja missä tilanteissa kaksi atomia voi muodostaa molekyylin ionisidoksen välityksellä. Miten pystyt kokeellisesti tutkimaan ionisidoksen suhteellista osuutta molekyylissä? (2,5p)

b) Kaliumbromidimolekyylissä (KBr) ydinten välinen tasapainoetäisyys on noin $R_0 \approx 0,28$ nm ja molekyylin dissosiaatioenergia on $E_{\text{diss}} = 3,94$ eV. Kaliumin ionisaatioenergia on 4,34 eV ja bromin elektroniaffiniteetti 3,40 eV. Arvioi ydinten välisestä repulsiosta aiheutuvan energiatermin $\frac{A}{R^n}$ suuruutta KBr:ssä ja selvitä parametrien A ja n arvot. Lausekkeet ja suuruusluokkarviot riittävät vastaukseksi. (3p)

c) Tee KBr-molekyylin potentiaalienergian lausekkeelle Taylorin kehittämä tasapainoetäisyyden R_0 läheisyydessä ja arvioi, kuinka suurella taajuudella molekyyli värähtelee tasapainoasemansa ympäristössä. Lauseke ja suuruusluokka-arvio riittää vastaukseksi. (2,5p)

Aputietoja:

$$e \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ m/F}, m(\text{K}) \approx 39 \text{ u}, m(\text{Br}) \approx 80 \text{ u}, 1 \text{ u} \approx 2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$