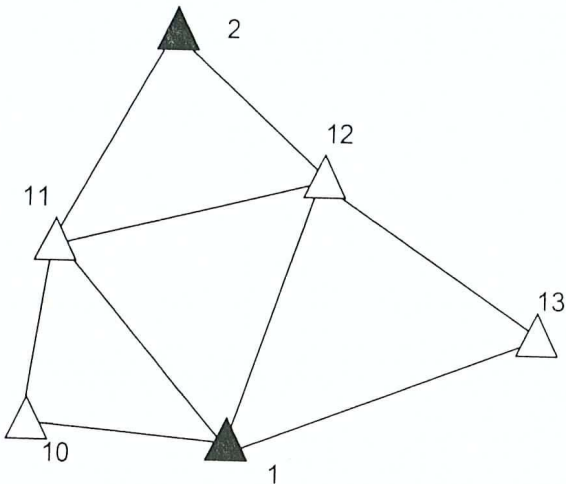


Ratkaise valitsemasi 4 tehtävää!

1. Tarkkuus ja luotettavuus

Olet aikeissa mitata oheisen verkkopiirroksen mukaisen GPS-verkon. Haluaisit arvioida vektoriverkon tasoituksen tarkkuutta ja luotettavuutta ennen mittausta. Mitä tietoja tarvitset ja miten niitä käytät? Pisteet 1 ja 2 tunnetaan EUREF-FIN järjestelmässä



2. Tasomuunnos

Johda affiinin tasomuunnoksen muunnosparametrien (a, b, c, d, e, f) tasoituksen normaaliyhtälöt. Muunnoskaavat ovat seuraavat:

$$x' = ax + by + c$$

$$y' = dx + ey + f$$

3. Linearisointi, satunnaisvirheen kasautuminen, tarkkuusluvut

Tasorunkoverkon tasoituksessa saatiin kahden uuden pisteen kovarianssimatriisiksi seuraava matriisi (järjestys x_1, y_1, x_2, y_2)

$$C_{x_1 y_1 x_2 y_2} = \begin{pmatrix} 0.000175 & 7.01E-06 & 5.76E-05 & 9.94E-06 \\ 7.01E-06 & 0.000166 & 2.33E-05 & 5.65E-05 \\ 5.76E-05 & 2.33E-05 & 0.000352 & -5E-05 \\ 9.94E-06 & 5.65E-05 & -5E-05 & 0.000193 \end{pmatrix}$$

pno	x	y
1	6759960.163	1508413.664
2	6760756.617	1512255.785

Laske pisteen 1 virhe-ellipsin puoliakselit ja suunta. Laske myös pisteiden välisen etäisyyden keskivirhe.

4. Virheen kasautuminen ja ehtoyhtälötasoitus

Mittaryhmä havaitsi tasokolmion kulmat käyttäen jokaiseen kulmaan eri teodoliittia (A, B ja C) Kalibrointitodistusten mukaan yhden suunnan keskivirhe oli teodoliiteittain seuraava.

$$\sigma_A = 0,0010 gon$$

$$\sigma_B = 0,0100 gon$$

$$\sigma_C = 0,0001 gon$$

Havaitut kulmat olivat (teodoliittien järjestyksessä)

$$\alpha = 100,0040 gon$$

$$\beta = 30,0010 gon$$

$$\gamma = 69,9911 gon$$

Tasoita kolmio ehtoyhtälötasoituksena. Huomaa painotusta laskiessasi, että kulma saadaan kahden suunnan erotuksena.

5. Virheyhtälötasoitus

Pisteet A, B ja C sijaitsevat samalla suoralla. Etäisyyksien AB ja BC määrittämiseksi tehtiin seuraavat havainnot

Pisteväli	Havaittu etäisyys
A-B	100.010
B-C	200.070
A-C	300.090

Tasoita pistevälien etäisyydet virheyhtälötasoituksena (huom. tuntemattomien parametrien lukumäärä on 2)

	Yleinen tasoitustehtävä	Virheyhtälötaositus	Ehtoyhtälötaositus
Malli	$F(\ell, x) = 0$	$F(\ell_i, X) = 0$	$F(\ell) = 0$
y	$y = -F(\ell_0, x_0)$	$y = -F(\ell_0, x_0)$	$y = -F(\ell_0)$
Linearisoidut virheyhtälöt	$Ax + Bv - y = 0$	$y = Ax - v$	$Bv - y = 0$
Yhtälöiden lukumäärä c ja redundanssi r	$c = r + u$	$c = r = n - u$	$c = r = n - n_0$
Normaaliyhtälöiden matriisi ja vektori	$A^T P_y A$ $A^T P_y y$ $P_y = (BP^{-1}B^T)^{-1}$	$A^T PA$ $A^T Py$	$BP^{-1}B^T$
aputuntematomat eli Lagrangen kertoimet	$k = (BP^{-1}B^T)^{-1} (Ax - y)$		$k = -(BP^{-1}B^T)^{-1} y$
Tuntematomien parametrien ratkaisu	$x = (A^T P_y A)^{-1} A^T P_y y$	$x = (A^T PA)^{-1} A^T Py$	
residuaalit	$v = P^{-1}B^T P_y (I - A(A^T P_y A)^{-1} A^T P_y) y$ $v = -P^{-1}B^T k$	$v = F(\ell_{hav}, \bar{x})$	$v = -P^{-1}B^T k$ $v = P^{-1}B^T (BP^{-1}B^T)^{-1} y$
tasoitetut havainnot	$\bar{\ell} = \ell + v$	$\bar{\ell} = \ell + v$	$\bar{\ell} = \ell + v$
painoyksikön keskivirhe	$\bar{m}_0 = \sqrt{\frac{v^T P v}{c - u}}$	$\bar{m}_0 = \sqrt{\frac{v^T P v}{n - u}}$	$\bar{m}_0 = \sqrt{\frac{v^T P v}{r}} = \sqrt{\frac{v^T P v}{n - n_0}}$
Parametrien kovarianssimatriisi	$C_{\bar{x}} = \bar{m}_0^2 (A^T P_y A)^{-1}$	$C_{\bar{x}} = \bar{m}_0^2 (A^T PA)^{-1}$	
Residuaalien kovarianssimatriisi	$C_{\hat{v}} = m_0^2 P^{-1} B^T (I - A(A^T P_y A)^{-1} A^T P_y) B P^{-1}$	$C_{\hat{v}} = m_0^2 (P^{-1} - A(A^T PA)^{-1} A^T)$	$C_{\hat{v}} = m_0^2 P^{-1} B^T (BP^{-1}B^T)^{-1} B P^{-1}$
Tasoitettujen havaintojen kovarianssimatriisi	$Q_{\hat{r}} = P^{-1} - Q_{\hat{v}}$ $C_{\hat{r}} = \bar{m}_0^2 Q_{\hat{r}}$	$Q_{\hat{r}} = P^{-1} - Q_{\hat{v}}$ $C_{\hat{r}} = \bar{m}_0^2 Q_{\hat{r}}$	$Q_{\hat{r}} = P^{-1} - Q_{\hat{v}}$ $C_{\hat{r}} = \bar{m}_0^2 Q_{\hat{r}}$

Tasoitusmallien vertailua (Ulla Kallio 2.11.2004)