

Tentti, 18.12.2007

Merkitse paperiin selvästi: C3-II, tentti, päivämäärä, nimi, osasto, opintokirjan numero ja allekirjoituksesi.

Kokeessa ei saa käyttää taulukoita eikä laskimia. Perustele vastauksesi!

**Tehtävä 1a.** Laske  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{3s-137}{s^2+2s+401}\right)$ .

**b.** Laplace-muunna yksikköaskelfunktiota hyväksi käyttäen funktio  $f(t) = 0$  kun  $t < 3$  ja  $f(t) = t^2$  kun  $t \geq 3$ .

**Tehtävä 2.** Laske matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja -vektorit ja esitä diagonalisointi. Laske diagonalisoinnin avulla  $A$ :n inverssi ja  $A^6$ .

**Tehtävä 3.** Määrittele ortogonaalinen matriisi. Osoita, että

$$H(\phi) = \begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix}$$

on ortogonaalinen kaikille reaalisille  $\phi$ . Mitä matriisi tekee tason vektoreille? Mille  $\phi$ :n ja  $\psi$ :n arvoille  $H(\phi)$  ja  $H(\psi)$  ovat vaihdannaiset? Tulkitse tulos geometrisesti.

**Tehtävä 4.** Ratkaise systeemi

$$\begin{cases} y_1' = -2y_2 \\ y_2' = 8y_1 \end{cases}$$

Mikä on origossa olevan kriittisen pisteen tyyppi? Onko systeemi stabiili? Entä asymp-totottisesti stabiili?

**Tehtävä 5.** Linearisoi

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = 4y_1 - y_1^3 \end{cases}$$

ja karakterisoi lineaarisen systeemin kriittisten pisteiden tyypit. Mitä voit tämän perusteella sanoa epälineaarisen systeemin käyttäytymisestä?