

**Kirjoita koepaperiin selvästi:** Matematiikan peruskurssi C3-II, tentti, nimi (tekstien ja myös edelliset, jos on), opintokirjan numero ja kirjain, koulutusohjelma, vuosikurssi ja nimikirjoituksesi.

Vain yhden tenteistä C3-I ja C3-II saa suorittaa tässä sessiossa!

Kokeessa ei saa käyttää omia taulukoita, eikä apuvälineitä, jotka ovat ohjelmoitavia tai joissa on graafinen näyttö. Perustele vastauksesi!

**Tehtävä 1.** Laske matriisin

$$\begin{pmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 13 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

rangi, nolla-avaruus ja determinantti. Käännä matriisi, jos se on mahdollista.

**Tehtävä 2.** Mitä tekee matriisi

$$\mathbf{K}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

tason suuntakulmaan  $\phi$  osoittavalle yksikkovektorille  $u(\phi)$ ? Laske tulo  $\mathbf{K}(\theta)u(\phi)$  ja tulkitse se geometrisesti. Onko  $\mathbf{K}(\theta)$  singulaari jollekin  $\theta$ :n arvolle? Entä ortogonaalinen? Perustele.

**Tehtävä 3.** Laske  $e^{tA}$  kun  $A$  on

$$\text{a. } \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{b. } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Tehtävä 4.** Vie neliömuoto  $17x_1^2 - 30x_1x_2 + 17x_2^2 = 32$  pääakselimuotoon, identifioi käyrä ja hahmottele se.

**Tehtävä 5.** Ratkaise

$$\begin{cases} \ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = \delta(t - a) \\ y(0) = \dot{y}(0) = 0 \end{cases}$$

Laplace-muunnosta käyttäen. Piirrä ratkaisu.