

1. a) Määrittele *fcc*-hila, *bcc*-hila ja *hcp*-hila. Laske näiden hilojen pakkaussuhde (packing fraction). (4p)
b) Tarkastellaan *fcc*-hilaa. Mikä on hilatasoperhe (111) ja mikä on näiden hilatasojen välinen etäisyys toisistaan? (2p)
2. a) Tarkastellaan kaksiulotteista neliöhilaa (2D square lattice). Määrittele 1., 2. ja 3. Brillouinin vyöhyke. (2p)
b) Laske kaksi- ja kolmiulotteisen vapaan elektronikaasun tilatiheydet $g(E)$ energian funktiona. (4p)
3. Laske kolmiulotteisen isotrooppisen elastisen aineen hilavärähtelyjen tilatiheys ja ominaislämpökapasiteetti Debyen mallilla.
4. Vapaa elektroni liikkuu vakiomagneettikentässä \mathbf{B} , joka on z -akselin suuntainen.
a) Oletetaan, että skalaaripotentialiaali häviää. Mikä on tällöin Schrödingerin yhtälö? (2p)
b) Ratkaise Schrödingerin yhtälö. Osoita, että energian ominaisarvot ovat

$$\epsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e},$$

missä ω_c on syklotronitaajuus. (4p)

5. Puolijohteen energia-aukko on 1 eV, ja elektronien ja aukkojen efektiiviset massat yhtyvät vapaan elektronin massaan. Puolijohde on p-tyyppinen, ja akseptorikonsentraatio on 10^{18} cm^{-3} . Akseptoritaso sijaitsee 0.2 eV valenssivyön huipun yläpuolella.
a) Osoita, että itseisjohtavuus ei ole merkittävä 300 K:n lämpötilassa. (2p)
b) Mikä on sähkönjohtavuus 300 K:n lämpötilassa, kun aukkojen liikkuvuus on $100 \text{ cm}^2/\text{Vs}$? (2p)
c) Piirrä aukkotiheys logaritmiasteikolla lämpötilan käänteisluvun funktiona lämpötilavälillä 100 K - 1000 K. (2p)

1. Määrittele lyhyesti:

- Boltzmannin kuljetusyhtälö ja relaksaatioaika-approksimaatio. (2p)
- Wiedemann-Franz -laki. Miksi laki ei päde alhaisissa lämpötiloissa? (2p)
- nipi-rakenne ja sen ominaisuudet. (2p)

2. Oletetaan, että hilassa liikkuvan elektronin energian lauseke on

$$E(k) = \epsilon_i - \alpha_i - \beta_i \cos(ka).$$

Laske elektronin efektiivinen massa. Piirrä efektiivisen massan käyttäytyminen aaltoluvun k funktiona välillä $-\pi/a < k < \pi/a$.

3. Vapaa elektroni liikkuu vakiomagneettikentässä \mathbf{B} , joka on z -akselin suuntaan.

- Oletetaan, että skalaaripotentiali häviää. Mikä on Schrödingerin yhtälö? (2p)
- Ratkaise Schrödingerin yhtälö. Osoita, että energian ominaisarvot ovat

$$\epsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e},$$

missä ω_c on syklotronitaajuus. (4p)

4. Tarkastellaan pn-liitosta, jossa on p- ja n-tyypin seostettua piitä. Schottkyn mallissa varaustiheys on

$$\rho(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < d_p \\ -eN_A, & \text{kun } -d_p < x < 0 \\ eN_D, & \text{kun } 0 < x < d_n \\ 0, & \text{kun } x > d_n. \end{cases} \quad (1)$$

Oletetaan, että akseptori- ja donoritihedät ovat $N_A = 4.5 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ ja $N_D = 4 \times 10^{16}/\text{cm}^3$ ja että liitos on huoneenlämpötilassa. Laske potentiaalinvuon muutos tyhjennysalueessa ja tyhjennysalueen leveys. Puhtaalle piille varauksenkuljettajatiheys $n_i \sim 1.5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$.

5. Puolijohteen energia-aukko on 1 eV, ja elektronien ja aukkojen efektiiviset massat yhtyvät vapaan elektronin massaan. Puolijohde on p-tyyppinen, ja akseptorikonsentraatio on 10^{18} cm^{-3} . Akseptoritaso sijaitsee 0.2 eV valenssivyön huipun yläpuolella.

- Osoita, että itseisjohtavuus ei ole merkittävä 300 K:n lämpötilassa. (2p)
- Mikä on sähkönjohtavuus 300 K:n lämpötilassa, kun aukkojen liikkuvuus on $100 \text{ cm}^2/\text{Vs}$? (2p)
- Piirrä aukkotiheys logaritmiasteikolla lämpötilan käänteisluvun funktiona lämpötilavälillä 100 K - 1000 K. (2p)