

Mat-2.091 Sovellettu todennäköisyyslasku, sl-2003

Mellin

1. välikoe 3.10.2003

Kirjoita **selvästi jokaiseen koepaperiin** allamainitussa järjestyksessä:

- Mat-2.091 SovTn, 1. välikoe, sl-2003
- opiskelijanumero + kirjain, TEKSTATEN sukunimi, kaikki etunimet
- koulutusohjelma (As Ke Ko M Mk P R S Tf Ti Tu), vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Huomaa, että **jokainen tehtävä on ratkaistava erilliselle paperille.**

Esitä aina myös ratkaisujen *perustelut* ja *välivaiheet*; *pelkkä* lukuarvo vastauksena ei riitä.

1. Urnassa on 4 valkoista kuulaa ja 3 mustaa kuulaa. Urnasta poimitaan satunnaisesti 3 kuulaa ilman takaisinpanoa.
 - (a) Mikä on todennäköisyys, että saadaan 2 mustaa kuulaa?
 - (b) Mikä on todennäköisyys, että viimeisenä poimittu kuula on musta?
2. Eräässä tehtaassa on kolme samantyyppisiä ruuveja tekevää konetta. Ruuvit sekoitetaan ennen myymistä. Myydyistä ruuveista keskimäärin 50 % on koneen A tekemiä, 40 % on koneen B tekemiä ja 10 % on koneen C tekemiä. Koneen A tekemistä ruuveista on viallisia 5 %, koneen B tekemistä ruuveista 5 % ja koneen C tekemistä ruuveista 10 %.
 - (a) Mikä on todennäköisyys, että kaupasta ostettu ruuvi ei ole viallinen?
 - (b) Mikä on todennäköisyys, että vialliseksi osoittautuneen ruuvin on tehnyt kone C?
3. Puhelinkeskukseen tulevien puheluiden lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa niin, että 1:ssä minuutissa odotettavissa oleva puheluiden lukumäärä on 100.
 - (a) Määrää todennäköisyys, että puheluita tulee 10 minuutin aikana 950 – 1030.
 - (b) Mikä on 1. puhelun odotusaika? Pelkkä vastaus ei riitä, esitä myös perustelu!
4. Heität virheetöntä noppaa 2 kertaa. Voimme olettaa, että heittojen tulokset ovat riippumattomia. Määritellään satunnaismuuttujat
$$X_1 = 1. \text{ heiton tulos (silmäluku)}$$
$$X_2 = 2. \text{ heiton tulos (silmäluku)}$$
$$Z_1 = X_1 - X_2 = 1. \text{ ja } 2. \text{ heiton tulosten erotus}$$
$$Z_2 = X_1 + X_2 = 1. \text{ ja } 2. \text{ heiton tulosten summa}$$
 - (a) Määrää ehdolliset odotusarvot $E(Z_1|X_1 = 4)$ ja $E(X_2|Z_1 = 4)$.
 - (b) Todista, että $\text{Cor}(Z_1, Z_2) = 0$. Huomaa, että todistus ei vaadi satunnaismuuttujien Z_1 ja Z_2 yhteisjakauman pistetodennäköisyysfunktion muodostamista.

Virheetön noppa: Jokaisella silmäluvulla $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ on sama todennäköisyys tulla tulokseksi yhdellä heitolla.