

Mat-1.402 Peruskurssi L2

Tentti 17.11.2003

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

1. a) Johda osittaisintegroinnilla palautuskaava integraalifunktiolle

$$I_n(x) = \int \cos^n x \, dx, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- b) Laske $f(\frac{\pi}{4})$, kun tiedetään, että $f(0) = 2$ ja

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^3 x}, \quad x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}).$$

Tiedetään myös:

$$\int \frac{1}{\cos x} dx = \ln \left| \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right| + C \quad (C \text{ vakio}).$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö $y'' = (y')^2 + 1$.

3. On määrättävä funktion

$$f(x, y) = x^2 + xy + \frac{7}{4}y^2$$

pienin ja suurin arvo käyrällä $x^2 + xy + 2y^2 = 1$. Ratkaise tehtävä Lagrangen kertojien menetelmällä.

4. Yhtälöryhmällä

$$\begin{aligned} \cos x - e^y &= 0.1 \\ e^x + 2 \cos y &= 3.1 \end{aligned}$$

on ratkaisu origon lähellä. Laske kaksiulotteisella Newtonin menetelmällä ratkaisulle approksimaatio (yksi iteraatiokierros!).

5. Laske pallokoordinaatteihin siirtymällä

$$\int_A x^4 y z \, dx dy dz,$$

kun $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x, y, z \geq 0\}$.