

## Mat-1.401 Peruskurssi L1

### Välikoe 2 10.11.2003

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

1. a) Näytä, että

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{\sqrt[4]{8}} \sqrt{\sqrt{2} + 1}, \quad \sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{\sqrt[4]{8}} \sqrt{\sqrt{2} - 1}$$

- b) Polynomilla  $p(z) = z^8 + 64$  on kahdeksan eri juurta (eli nollakohtaa) kompleksitasossa. Laske näistä kolme perusmuodossa  $x + yi$ .
2. (Suora ja kaksi janaa) Avaruussuora  $S$  kulkee pisteen  $P = (1, 1, 1)$  kautta ja suoran suuntavektori on  $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ . Kaksi eri pituista janaa  $J_1$  ja  $J_2$  sijoitetaan suoralle  $S$  siten että  $J_1 \subset S$ ,  $J_2 \subset S$  ja molempien janojen keskipiste on  $P$ :ssä. Tällöin havaitaan, että avaruuskolmiot  $OA_1B_1$  ja  $OA_2B_2$ , missä  $O$ =origo ja  $A_i, B_i$ =janan  $J_i$  päätepisteet, ovat molemmat suorakulmaisia. Mitkä ovat janojen pituudet?
3. Lentokone lentää maapallon pinnan suuntaisesti kaakkoon (ilmansuunta SE) pisteessä  $(45^\circ, 120^\circ)$  eli pisteessä, jonka pallonpintakoordinaatit ovat  $\theta = 45^\circ$ ,  $\varphi = 120^\circ$ . Mikä on koneen lentosuunta (yksikkövektorina) karteesisen koordinaatiston kannassa  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ ?
4. Olkoon  $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$  ja  $g(x, y) = 3x + 4y - 1$  ( $x, y$  reaalimuuttujia).
- a) Mitä tarkoitetaan yhdistetyllä funktiolla  $f \circ g$  ym. tapauksessa? (Laskusääntö ja määrittelyjoukko!)
- b) Määritä funktion  $f \circ g$  pienin ja suurin arvo joukossa

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0 \ \& \ y \geq 0 \ \& \ x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Vänd! Svensk text på andra sidan