

Mat-1.423 Matematiikan peruskurssi L4

1. Välikoe 27.2.2006

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kuulustelukoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. ★-kohta jätetään tyhjäksi. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, EST, INF, KEM, KON, MAA, MAK, MAR, PUU, RYK, TFY, TIK, TLT, TUO.

Laskimen käyttö on kielletty.

1. Millä arvoilla $q \in \mathbb{R}$ tehtävällä

$$\begin{cases} -u''(x) + qu(x) = f(x), & x \in [0, 1], \\ u'(0) = 0, \quad u'(1) = 0. \end{cases}$$

on Greenin funktio?

2. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$u_x + 4u_y = yu$$

alueessa $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ alkuehdolla $u(x, 0) = 1$. Ratkaisu parametrimuodossa riittää (eli u :ta ei tarvitse esittää x :n ja y :n funktiona, vaan u , x ja y parametrisoituina kelpaavat).

3. Olkoon $C([0, 1])$ suljetun välin $[0, 1]$ jatkuvien reaaliarvoisten funktioiden avaruus, joka on varustettu normilla $\|f\|_\infty = \max_{t \in [0, 1]} |f(t)|$. Osoita, että joukko

$$A = \{u \in C([0, 1]) : u(1) > 0\}$$

on avoin.

4. Selitä, miten välin $[-L, L]$, $L > 0$ funktio $f : [-L, L] \rightarrow \mathbb{C}$ voidaan esittää Fourier-sarjan avulla ja miten Fourier-sarjan kertoimet lasketaan. Tässä tehtävässä voit tarkastella joko reaalista tai kompleksista Fourier-sarjaa.