

Kurki-Suonio, Kajava/Hakola

Osatentti B on toisella paperilla. Kirjoita tehtäväpaperiin kurssin koodin, opiskelijanumerosi ja nimesi lisäksi joko osatentti A tai osatentti B tai tentti. **Tentti** muodostuu osatenttien niistä tehtävistä, joiden numero on painettu **lihavoidulla kirjaisintyypillä** ja lisäksi merkitty symbolilla\*. Tenttiin kuuluvat siis tehtävät **A1, A2d, A2e ja A4**

A1.\* Hiukkanen liikkuu yksiulotteisessa potentiaalissa

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } 0 \leq x \leq a \\ \infty, & \text{muualla} \end{cases} .$$

Ratkaise hiukkasen mahdolliset energian arvot ja vastaavat normitetut aaltofunktiot. Laske, millä todennäköisyydellä hiukkanen löytyy ensimmäiseltä viritystilalta (kun  $t > 0$ ), jos hetkellä  $t = 0$  hiukasta kuvaa normitettu aaltofunktio

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}}, & \text{kun } 0 \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0, & \text{muualla} \end{cases} .$$

A2. Selitä muutamalla rivillä

- a) Heisenbergin epätarkkuusperiaate (1p)
- b) tunneloituminen (1p)
- c) degeneraatio (1p)
- d)\* Mikä on Stern-Gerlach -koe, ja mitä koe osoitti? (2p)
- e)\* Mitä kokeellisia todisteita löytyy sille, että elektronin spinquanttiluku  $s = \frac{1}{2}$ ? (1p)

A3. Vetyatomin perustilan normeerattu aaltofunktio on

$$\psi(r) = Ce^{-r/a_0},$$

missä  $a_0$  on Bohrin säde ja  $C$  on vakio. Laske

- a) vakio  $C$
- b)  $\langle r \rangle$
- c) todennäköisyys, että elektroni on ytimessä (ytimen eli tässä tapauksessa protonin säde on noin 1 fm).

*Vihje c)-kohtaan: Integroidessa voit korvata eksponenttifunktion sen sarjakehitelmän alkupään termeillä.*

A4.\* Isoäitisi, joka nuoruudessaan on toiminut Helsingin yliopiston matematiikan laitoksen dosenttina (alanaan metamorfiset laskentafunktiot), kysyy sinulta eräänä päivänä: 'Poikasi/tyttöseni, mikä on tämän päivän käsityksen mukaan aineen perusrakenne? Ja miten koko homma pysyy kasassa?'. Vastaa hänelle selittämällä eritoten aineen perusrakennuspalikat ja kuinka ne eri tasoilla sitoutuvat toisiinsa ja tuottavat aineen sen näköisenä ja niillä vuorovaikutuksilla, joihin olemme tottuneet. Käy samalla läpi kaikki perusvuorovaikutukset ja niiden välittäjähiukkaset. Heitä mukaan tyypillisiä mitta-/energiaskaaloja tuntuman saamiseksi.

KÄÄNNÄ

A5. Tarkastellaan kahden hiukkasen systeemiä (hiukkaset 1 ja 2), jossa yksittäisen hiukkasen tilat (mahdollisten kvanttilukujen joukot) ovat  $a$  ja  $b$ . Kirjoita perustellen systeemin aaltofunktio yksihiukkasaaaltofunktioiden  $\Psi_a$  ja  $\Psi_b$  avulla klassisille ja toisaalta kvanttimekaanisille hiukkasille. Mikä näistä pätee elektroneille? Osoita, että Paulin kieltoääntö toteutuu tälle aaltofunktiolle.

Aputietoja:

Bohrin säde  $a_0 \approx 0.5 \text{ \AA}$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x - y) + \sin(x + y)]$$

$$\int_0^{\infty} t^n e^{-t} dt = n!$$