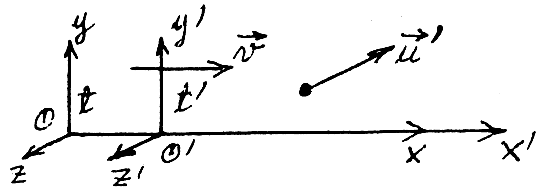
Tfy-0.1012 Fysiikka IB tentti 20.12.2006

1. a) Hiukkanen liikkuu suurella nopeudella $\vec{u}'$ $O'x'y'z't'$-koordinaatistossa (kuva 1). $O'x'y'z't'$-koordinaatisto puolestaan liikkuu suurella vakionopeudella $\vec{v} = v\vec{i}$ Oxyzt-koordinaatistoon nähden ($t = t' = 0$, kun O ja O′ ovat päällekkäin). Johda Oxyzt-koordinaatistossa mitatulle hiukkasen nopeudelle $\vec{u}$ lauseke käyttäen käänteisiä Lorentz-muunnosyhtälöitä

$x = \gamma\,(x' + vt')$
$y = y'$
$z = z'$
$t = \gamma(t' + vx'/c^2)$, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$
(c on valon nopeuden itseisarvo).



b) Oletetaan, että

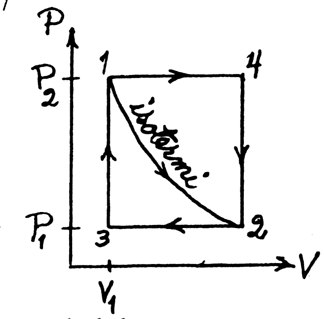
$\vec{v} = (1-\varepsilon_1)c\vec{i}$ ja $\vec{u}' = (1-\varepsilon_2)\,c\vec{i}'$ Kuva 1

($\vec{i} = \vec{i}'$, ε_1 ja ε_2 ovat pieniä positiivisia lukuja). Laske a)-kohdan lauseketta käyttäen hiukkasen nopeus $\vec{u}$ Oxyzt-koordinaatistossa. Ylittääkö $|\vec{u}|$ valon nopeuden c?

c) Oleta, että hiukkanen on fotoni eli sen nopeus $\vec{u}' = c\vec{i}'$. Mikä on fotonin nopeus Oxyzt-koordinaatistossa? Säilyykö tämän tuloksen mukaan valon nopeus samana koordinaatistosta toiseen? (7 p.)

2. Tarkastellaan suorakulmaisen suuntaissärmiön muotoisen säiliön (korkeus = h ja pohjan pinta-ala = A) sisältämää monoatomista ideaalikaasua, joka koostuu N:stä identtisestä m-massaisesta hiukkasesta. Olettaen, että hiukkaset törmäävät täysin elastisesti säiliön seinämiin, johda ideaalikaasun tilanyhtälö, kun tiedetään, että kaasun lämpötila T on verrannollinen hiukkasten keskimääräiseen liike-energiaan: $T \propto \left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle$. (8 p.)

3. Tarkastellaan kahta kuvan 2 mukaista ideaalikaasun kiertoprosessia 1 → 2 → 3 → 1 ja 1 → 4 → 2 → 3 → 1. Laske ideaalikaasun tekemä työ kummassakin kiertoprosessissa lausuttuna paineitten P_1 ja P_2 sekä tilavuuden V_1 avulla. Kummassa prosessissa ideaalikaasu tekee enemmän työtä? (7 p.)



Kuva 2

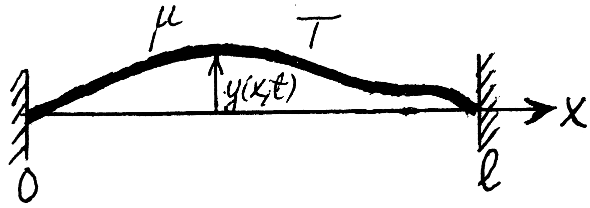
4. Tarkastellaan ohutta homogeenista kieltä (pituus l), joka on jännitetty päistään kahden kiinteän pisteen välille (kuva 3). Kielen massa pituusyksikköä kohden on μ. Tarkastellaan kielen pieniä poikittaissiirtymiä samassa tasossa, jolloin voidaan olettaa, että kielen sisäinen jännitysvoima T on vakio.
a) Johda liikeyhtälö kielen poikittaissiirtymäkenttäkoordinaatille y(x,t).
b) Kirjoita reunaehdot y(x,t):lle.
c) Jos kielen alkuehdot ovat

$$y(x,0) = A\sin\left(\pi\frac{x}{l}\right) \text{ ja } \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}\right)_{t=0} = 0,$$

niin osoita, että

$$y(x,t) = A\sin\left(\pi\frac{x}{l}\right)\cos\left(\sqrt{\frac{T}{\mu}}\,\frac{\pi}{l}\,t\right)$$

on ratkaisu (A on positiivinen vakio). Kuvaile lyhyesti ratkaisun kuvaamaa liikettä. (8 p.)



Kuva 3

Opiskelijanumero (myös kirjain), nimi, koulutusohjelma, kurssin koodi ja kokeen päivämäärä jokaiseen suorituspaperiin.