

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Välikoe 1 19.2.2007

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. Laske seuraavien määrättyjen integraalien arvot:

$$\cancel{a)} \int_0^\pi \sin^3 x \, dx \quad b) \int_1^\infty \frac{1}{x^2 - x + 1} \, dx \quad \cancel{c)} \int_0^1 \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 3e^x + 2} \, dx$$

~~2~~ Näytä integraaliin vertaamalla, että suurilla $n \in \mathbb{N}$ pätee eräillä $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{k=n}^{\infty} \frac{\ln k}{k\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{n}}(a \ln n + b) + \mathcal{O}(n^{-3/2} \ln n)$$

Mitkä ovat vakioiden a ja b arvot ?

3. Piste $P = (x, y)$ on käyrällä $y = y(x)$, $x > 0$, ja käyrän tangentti pisteessä P leikkaa positiivisen y -akselin pisteessä Q . Mikä on käyrän yhtälö, kun tiedetään, että piste $(1, 1)$ on käyrällä ja että P :stä riippumatta kolmion OPQ ($O =$ origo) pinta-ala = 1 ?

- ~~4~~ Etsi seuraaville differentiaaliyhtälöille ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdot $y(1) = y'(1) = 1$.
a) $y'' = -2x(y')^2$ b) $4x^2 y'' = -y$