

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Välikoe 3 7.5.2007

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 3h.

1. Määritä jokin ortonormeerattu, positiivisesti suunnistettu koordinaatisto $\{\xi, \eta\}$, jossa käyrän $S : 2x^2 - 12xy - 7y^2 = 5$ yhtälö saa muodon $a\xi^2 + b\eta^2 = 1$. Laske a, b ja luokittele käyrä!
2. Kierreportaiden alapinta (kahden kerroksen välillä) on pinta

$$x = t \cos \varphi, \quad y = t \sin \varphi, \quad z = a\varphi, \quad (t, \varphi) \in [0, a] \times [0, \pi], \quad a = 1 \text{ m.}$$

Laske, paljonko pinnan maalaamiseen kuluu betonimaalia (litroina), kun maalikerroksen paksuus on $2 \cdot 10^{-4}$ m.

$$\text{Kaava-apu: } \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt = \frac{1}{2} [x\sqrt{1+x^2} + \ln(x + \sqrt{1+x^2})]$$

3. Kierreportaiden valutöistä yli jäänyt betoni on jähmetetty kakuksi (pituusyksikkö = m) $A : 0 \leq z \leq \frac{1}{4}(2-x^2-2y^2)$. Laske betonikakun tilavuus (yksikkö m^3) ja kakun painopisteen korkeus maan pinnan tasosta $z = 0$ olettaen betonin tiheys vakioksi.
4. On annettu avaruuden vektorikenttä $\vec{F} = (2x + yz - 1)\vec{i} + (xz - 2y)\vec{j} + (xy + 1)\vec{k}$.
 - a) Laske polkuintegraali $\int_p \vec{F} \times d\vec{r}$, kun p kulkee pisteestä $P = (0, 0, 0)$ pisteeseen $Q = (1, 1, 1)$ pitkin parabolisten lieriöiden $y = x^2$ ja $z = y^2$ leikkauskäyrää.
 - b) Väitetään, että polkuintegraalin $\int_p \vec{F} \cdot d\vec{r}$ arvo riippuu vain polun p päätepisteistä. Onko väite tosi? Perustele!