

Mat-1.1020 Peruskurssi L2

Tentti 18.5.2007

Täytä selvästi *jokaiseen vastauspaperiin* kaikki otsaketiedot. Merkitse kurssikoodi-kohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Koulutusohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Kokeessa saa käyttää funktiolaskinta, ei muita apuvälineitä. Koeaika on 4h.

1. Laske tarkka arvo integraalille

$$\int_0^3 \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} dx.$$

2. Määritä seuraavien differentiaaliyhtälöiden yleiset ratkaisut:

$$\text{a) } y' = \frac{y}{x-y} \quad \text{b) } x^2 y'' - 4xy' - 6y = \frac{1}{x}$$

3. Olkoon **A** ja **B** samaa kokoa olevia neliömatriiseja. Näytä todeksi tai epätodeksi seuraavat väittämät:

- a) **A** ja **B** ortogonaaliset \Rightarrow **AB** ortogonaalinen
b) **A** ja **B** symmetriset \Rightarrow **AB** symmetrinen
c) **A** ja **B** kääntyviä \Rightarrow **C** = **(A + B)**² - **(A - B)**² kääntyvä

4. Janan *AB* päätepiste *A* on *xy*-tason piste $(x_1, x_2, 0)$ ja päätepiste *B* on *yz*-tason piste $(0, x_3, x_4)$.

- a) Laske $\nabla f(6, 3, -3, 3)$, missä $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ on janan *AB* pituus.
b) Olkoon $A = (6, 3, 0)$ ja $B = (0, -3, 3)$. Siirretään *A* pisteeseen A' , joka on *A*:sta etäisyydellä 0.01 suuntaan $\frac{1}{5}(-3\vec{i} + 4\vec{j})$ ja *B* pisteeseen B' , joka on *B*:stä etäisyydellä 0.02 suuntaan $\frac{1}{5}(-4\vec{j} + 3\vec{k})$. Approksimoi janojen $A'B'$ ja *AB* pituuksien erotus differentiaalilla avulla.

5. Olkoon $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, y, z \geq 0\}$. Laske pallokoordinaattien avulla

$$\int_A x^4 y z \, dx dy dz.$$